

מדינת ישראל

משרד החינוך

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: קיץ תשע"ה, מועד ב
מספר השאלון: 316,035806
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון ראשון

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.
- | | | | | | | |
|-----------|---|----------------------------|---|-----------|---|-----------|
| פרק ראשון | — | אלגברה והסתברות | — | 20×2 | — | 40 נקודות |
| פרק שני | — | גאומטריה וטריגונומטריה | | | | |
| במישור | — | 20×1 | — | 20 נקודות | | |
| פרק שלישי | — | חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי | — | 20×2 | — | 40 נקודות |
| סה"כ | — | 100 נקודות | | | | |
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — אלגברה והסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. בזמן הנסיעה באוטובוס הבחין יוסי ברגע מסוים באימא שלו,

ההולכת ליד האוטובוס בכיוון הפוך לכיוון הנסיעה של האוטובוס.

כעבור 10 שניות מהרגע שיוסי הבחין באימו, עצר האוטובוס בתחנה,

ויוסי רץ מיד כדי להשיג את אימו.

מהירות הריצה של יוסי גדולה פי 2 ממהירות ההליכה של אימו,

והיא $\frac{1}{7}$ ממהירות הנסיעה של האוטובוס.

כל המהירויות הן קבועות.

א. כמה זמן רץ יוסי כדי להשיג את אימו?

ברגע שיוסי השיג את אימו, הם הלכו יחד 3 דקות במהירות ההליכה של אימו

(בכיוון ההליכה שלה).

מיד בתום 3 הדקות רץ יוסי בחזרה לתחנת האוטובוס שירד בה.

(מהירות הריצה של יוסי היא כמו בסעיף א.)

ב. כמה זמן רץ יוסי בחזרה לתחנת האוטובוס?

$$2. \quad \text{נתונה סדרה } b_n \text{ המקיימת את הכלל } b_{n+1} = \frac{1}{2^n \cdot b_n}$$

א. הוכח כי האיברים העומדים במקומות האי-זוגיים בסדרה מהווים סדרה הנדסית,

וגם האיברים העומדים במקומות הזוגיים מהווים סדרה הנדסית.

ב. סכום 8 האיברים הראשונים בסדרה b_n שווה ל- $\frac{7}{16}$.

מצא את b_1 (מצא את שתי האפשרויות).

3. חוקר עורך מחקר על הרגלי האכילה של סטודנטים באוניברסיטה גדולה במשך יום לימודים.

חלק מהסטודנטים מביאים תמיד אוכל מהבית, והשאר אינם מביאים אוכל מהבית.

כל הסטודנטים שמביאים אוכל מהבית אוכלים אותו במשך היום ואינם אוכלים בקפטריה.

הסטודנטים שאינם מביאים אוכל מהבית אוכלים בקפטריה או אינם אוכלים במשך היום.

א. נמצא כי אם בוחרים באקראי 4 סטודנטים, ההסתברות שבדיוק 2 מהם מביאים

אוכל מהבית גדולה פי 6 מההסתברות שבדיוק 1 מהם מביא אוכל מהבית.

(1) מהו אחוז הסטודנטים שמביאים אוכל מהבית?

(2) החוקר בחר באקראי 8 סטודנטים באוניברסיטה.

מהי ההסתברות שלפחות אחד מהם מביא אוכל מהבית, אבל לא כולם?

ב. נמצא כי 60% מהסטודנטים שאינם מביאים אוכל מהבית אינם אוכלים במשך היום.

(1) מהו אחוז הסטודנטים באוניברסיטה שאוכלים בקפטריה?

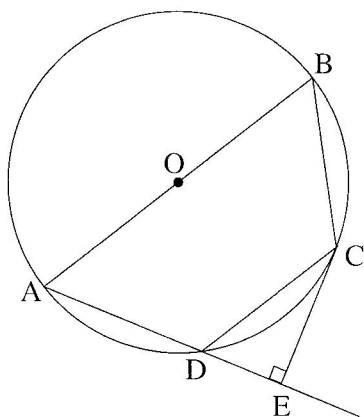
(2) מהי ההסתברות לבחור סטודנט שמביא אוכל מהבית מבין הסטודנטים שאוכלים

במשך היום?

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



4. מרובע ABCD חסום במעגל שמרכזו O.

הצלע AB היא קוטר.

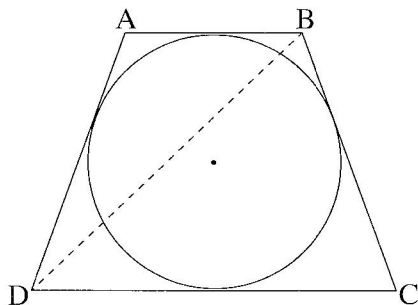
E היא נקודה על המשיך AD כך ש- $CE \perp AE$.

א. הוכח: $\triangle CDE \sim \triangle ABC$.

נתון גם: $OD \perp AC$, $\frac{S_{\triangle CDE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{4}$.

ב. הוכח כי $OC \parallel AD$.

ג. הוכח כי CE משיק למעגל.



5. מעגל שרדיוסו r חסום בטרפז שווה-שוקיים ABCD

($AB \parallel DC$), כמתואר בציור.

נתון: $\angle BCD = 70^\circ$.

א. הבע באמצעות r:

(1) את הבסיס הגדול של הטרפז.

(2) את שוק הטרפז.

(3) את אלכסון הטרפז.

ב. מצא את היחס בין רדיוס המעגל החסום בטרפז

ובין רדיוס המעגל החוסם את הטרפז.

**פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות
ושל פונקציות טריגונומטריות (40 נקודות)**

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{1}{\sin x \cos x}$, ונתון התחום $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

בתחום הנתון ענה על הסעיפים א ו ב.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) האם הפונקציה $f(x)$ היא פונקציה זוגית או אי־זוגית? נמק.

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) - a$.

(1) מצא את הערכים האפשריים של a שעבורם יש

למשוואה $f(x) - a = 0$ פתרון אחד בלבד.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ עבור כל אחד מהערכים של a שמצאת

בתת־סעיף ב (1).

7. נתונה פונקציית הנגזרת $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 9}}$.

הישר $y = \frac{1}{3}x + 3$ חותך את הגרף של הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = 0$.

א. מצא את הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) מהו תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ושל הפונקציה $f(x)$?

(2) מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

(3) מצא את נקודות החיתוך של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ (אם יש כאלה).

(5) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

(6) הוסף לסקיצה שסרטטת בתת-סעיף ב (5) סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. נתונות שתי משוואות, I ו-II: $I. \frac{x}{\sqrt{x^2 + 9}} = k$, $II. \sqrt{x^2 + 9} = k$.

נתון כי $k > 0$.

מצא את תחום הערכים של k שעבורם

אין פתרון למשוואה I וגם אין פתרון למשוואה II.

8. נתונה הפונקציה $f(x)$, ונתון כי כל אחת מהפונקציות $f(x)$, $f'(x)$ ו- $f''(x)$ מוגדרת בתחום $x > 0$.
- נתון גם: הגרף של $f'(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה שבה $x = 1$, $f'(x)$ עולה בתחום $0 < x < 3$, ויורדת בתחום $x > 3$, האסימפטוטות של $f'(x)$ הן $x = 0$ ו- $y = 0$.
- א. סרטט סקיצה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
- נתון גם כי לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אחת שמשוואתה $x = 0$.
- ב. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.
- ג. מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה $\cup$ וכלפי מטה $\cap$ של הפונקציה $f(x)$. נמק.
- ד. הפונקציה $f(x)$ מקבלת את כל הערכים בטווח $y \geq 4$ ורק אותם. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ציין על ציר ה- x ועל ציר ה- y את הערכים שמצאת.
- ה. נתונה הפונקציה $g(x) = -[f(x)]^3$. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.

בהצלחה!