

מדינת ישראל

משרד החינוך

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: קיץ תשע"ו, 2016
מספר השאלון: 314, 035804
נספח: דפי נוסחאות ל-4 יחידות לימוד

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.
- | | | |
|-----------|---|----------------------------|
| פרק ראשון | — | אלגברה, גאומטריה אנליטית, |
| הסתברות | — | 20×2 |
| נקודות | — | 40 |
| פרק שני | — | גאומטריה וטריגונומטריה |
| במישור | — | 20×1 |
| נקודות | — | 20 |
| פרק שלישי | — | חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי |
| נקודות | — | 20×2 |
| 40 | — | |
| סה"כ | — | 100 |
| נקודות | | |
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשיגחים. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

המשך מעבר לדף ◀

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. יבואן קנה מחשבים זהים, במחיר של 1200 שקלים למחשב.
הוא מכר את המחשבים לחנות במחיר זהה לכל מחשב, והרוויח על כל מחשב אחוז מסוים.
בחנות מכרו כל מחשב במחיר של 1728 שקלים, והרוויחו על כל מחשב אותו אחוז שהרוויח היבואן.
א. מצא את אחוז הרווח של היבואן.
ב. יוסי קנה מחשב ישירות מן היבואן, במחיר הגדול ב- 42% ממחיר הקנייה של היבואן.
האם שילם יוסי עבור המחשב פחות ממי שקנה מחשב זהה בחנות? נמק.

2. נתונים שני מעגלים, I ו- II :

$$I. x^2 + y^2 = 36$$

$$II. (x - 7.5)^2 + y^2 = 20.25$$

המעגלים נחתכים בנקודות A ו- B.

A נמצאת ברביע הראשון (ראה ציור).

א. מצא את השיעורים של

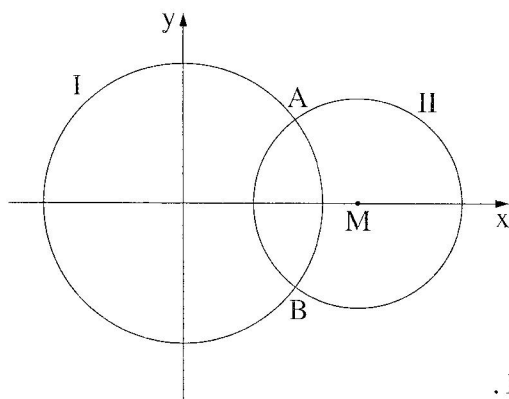
הנקודות A ו- B.

ב. דרך הנקודה A העבירו משיק למעגל II.

מצא את משוואת המשיק.

ג. המשיק שמצאת בסעיף ב חותך את מעגל I בנקודה נוספת, C.

מצא את שטח המשולש ACM. M — מרכז מעגל II.

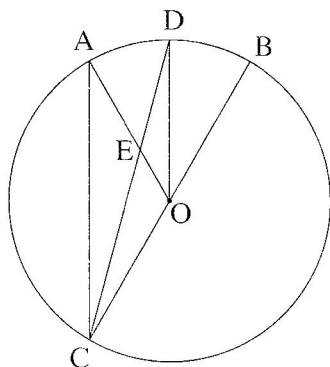


3. כדי להתקבל למדעי המחשב באוניברסיטה צריך לעבור מבחן כניסה. למבחן ניגשו בוגרי תיכון רבים: בוגרים שלמדו מחשבים בתיכון, ובוגרים שלא למדו מחשבים בתיכון. אחוז הנבחנים שלמדו מחשבים בתיכון היה גדול פי 3 מאחוז הנבחנים שלא למדו מחשבים. אחוז הנבחנים שעברו את המבחן היה גדול פי 4 מאחוז הנבחנים שנשלו בו. אחוז הנבחנים שעברו את המבחן וגם למדו מחשבים היה 65%.
- א. מהי ההסתברות לבחור באקראי מבין הנבחנים בוגר תיכון שלא למד מחשבים ועבר את המבחן?
- ב. ידוע כי נבחן עבר את המבחן. מהי ההסתברות שהוא לא למד מחשבים בתיכון?
- ג. בחרים באקראי שני נבחנים. מהי ההסתברות שלכל היותר אחד מהם עבר את המבחן?

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



4. BC הוא קוטר במעגל שמרכזו O. המיתר CD חותך את הרדיוס AO בנקודה E. הנקודה D היא אמצע הקשת AB (ראה ציור). נסמן $\angle ACD = \alpha$.
- א. (1) הוכח כי $\angle ACO = \angle AOD$.
 (2) הוכח כי $AC \parallel DO$.
- ב. (1) הבע באמצעות α את גודל הזווית DAO.
 (2) מצא מה צריך להיות הערך של α , כדי שהמרובע ACOD יהיה מקבילית. נמק.

5. נתון משולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$).

על השוק AC בנו ריבוע $ACFG$

שאלכסוניו נחתכים בנקודה M .

על הבסיס BC בנו ריבוע $BCDE$

שאלכסוניו נחתכים בנקודה N

(ראה ציור).

נתון: $AB = AC = 6$ ס"מ

$BC = 4$ ס"מ

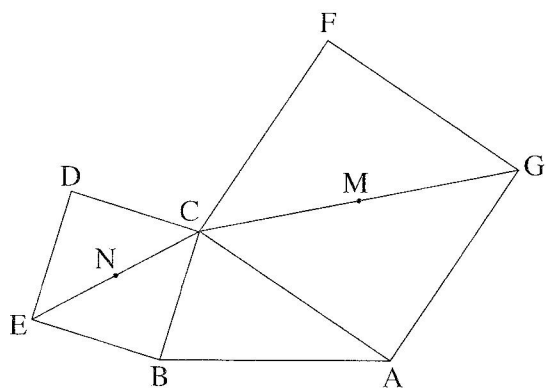
א. מצא את אורך האלכסון של הריבוע $ACFG$,

ואת אורך האלכסון של הריבוע $BCDE$.

ב. מצא את הגודל של זווית הבסיס במשולש ABC .

ג. הראה כי שטח המשולש BCM שווה לשטח המשולש ABN .

ד. מצא את אורך הקטע AN .



פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 6-8 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{m - 4x}{(x - 1)^2}$, m הוא פרמטר.

לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x = 3$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את ערך הפרמטר m .

הצב $m = 8$, וענה על הסעיפים ג, ד ו-ה.

ג. (1) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לצירים.

(2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה),

וקבע את סוגן.

(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. היעזר בגרף שסרטטת, ומצא עבור אילו ערכים של x מתקיים $f(x) > 0$ וגם $f'(x) > 0$.

המשך בעמוד 6 ◀

7. הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$.

א. (1) מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

(2) הישר $y = 4$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת המקסימום של הפונקציה.

מצא את הפונקציה $f(x)$.

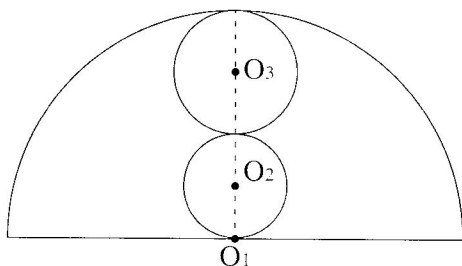
ב. (1) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. דרך נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$ העבירו אנך לציר ה- x .

מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי המשיק $y = 4$,

על ידי ציר ה- y ועל ידי האנך.



8. בחצי מעגל, שמרכזו O_1 ורדיוסו 10 ס"מ,

חסומים שני מעגלים שמרכזיהם O_2 ו- O_3 .

המעגלים משיקים זה לזה, כמתואר בציור.

(שלושת המרכזים נמצאים על ישר אחד.)

א. מצא מה צריך להיות האורך

של רדיוס המעגל שמרכזו O_2

ושל רדיוס המעגל שמרכזו O_3 ,

כדי שסכום השטחים של העיגולים O_2 ו- O_3 יהיה מינימלי.

ב. כאשר סכום השטחים של העיגולים O_2 ו- O_3 הוא מינימלי,

מצא את סכום ההיקפים של מעגלים אלה.

נתון: $\pi R^2 =$ שטח עיגול

$2\pi R =$ היקף מעגל

בהצלחה!