

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: קיץ תשע"ו, 2016
מספר השאלון: 317,035807
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב,
מספרים מרוכבים
פרק שני — גדילה ודעיכה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
 $33\frac{1}{3} \times 2 - 66\frac{2}{3}$ נקודות
 $33\frac{1}{3} \times 1 - 33\frac{1}{3}$ נקודות
סה"כ — 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטיטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

◀ **המשך מעבר לדף**

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתון טרפז $ABCD$ ($AB \parallel DC$).

המשכי השוקיים BC ו- AD נפגשים בראשית הצירים.

השוק BC מונחת על החלק החיובי של ציר ה- x .

הקדקודים A ו- D נמצאים ברביע השלישי.

הבסיס AB מונח על הישר $3x - 4y - 15 = 0$.

גובה הטרפז הוא 6.

היעזר בסרטוט סקיצה של הטרפז במערכת צירים, וענה על סעיפים א ו- ב.

א. מצא את משוואת הבסיס DC .

נתון כי הקדקודים A ו- C נמצאים על מעגל שמרכזו בקדקוד B .

ב. (1) מצא את רדיוס המעגל.

(2) מצא את השיעורים של הקדקוד D .

2. בפירמידה ABCDE שבסיסה ריבוע

$$\text{נתון: } \overrightarrow{AD} \perp \overrightarrow{DE},$$

הווקטור $\overrightarrow{AE}$ יוצר זוויות שוות

עם הווקטורים $\overrightarrow{AD}$ ו- $\overrightarrow{AB}$,

אורך צלע הבסיס הוא 5.

נסמן: $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$,

$$\overrightarrow{AE} = \underline{w}$$

(ראה ציור).

א. מצא את הערך של המכפלה הסקלרית $\underline{w} \cdot \underline{v}$

ושל המכפלה הסקלרית $\underline{w} \cdot \underline{u}$.

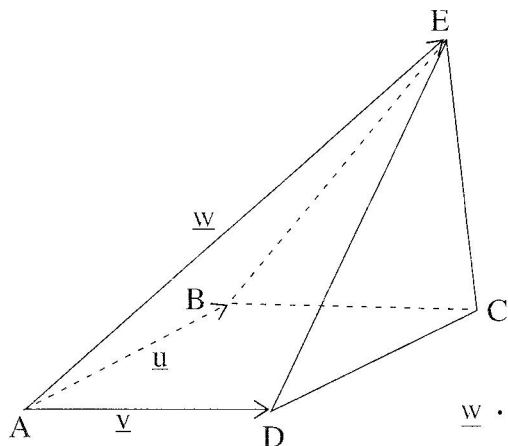
הנקודה H נמצאת על המקצוע EC כך ש- $\overrightarrow{EH} = \frac{2}{5}\overrightarrow{EC}$.

$$\text{נתון: } |\overrightarrow{AH}| = 2\sqrt{17}$$

ב. מצא את אורך המקצוע AE.

ג. (1) הראה כי המשולש EDC הוא ישר-זווית, ומצא את שטחו.

(2) מצא את נפח הפירמידה המשולשת AEDC.



◀ המשך בעמוד 4

3. נתון: $z^2 - 2R \operatorname{cis} \theta \cdot z - 3R^2 \operatorname{cis} (2\theta) = 0$,

z הוא מספר מרוכב, $0 < \theta < 90^\circ$, R הוא מספר ממשי חיובי.

פתרונות המשוואה הנתונה הם z_1 ו- z_2 .

z_1 נמצא ברביע הראשון.

א. הבע באמצעות θ ו- R את z_1 ואת z_2 .

נתון כי משוואת הישר העובר דרך z_1 ו- z_2 היא $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$.

ב. מצא את θ .

המספר המרוכב z_3 מקיים: $z_3 = \bar{z}_1$.

ג. (1) סרטט במישור גאוס את המספרים z_1, z_2, z_3 .

(2) נתון כי שטח המשולש $z_1 O z_3$ הוא $225\sqrt{3}$ (O — ראשית הצירים)

מצא את הערך המוחלט של z_2 .

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = -3x^2 \cdot e^{x^3}$.

א. (1) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

בתשובתך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

(2) מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

(4) נתון כי הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g(x) = |f(x)|$.

הוסף סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ לסקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. חשב את השטח הסגור בין הגרפים של שתי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ ובין הישר $x = -1$.

ג. הפונקציות $h(a)$ ו- $t(a)$ מקיימות:

$$h(a) = \int_{-1}^a f(x) dx, \quad t(a) = \int_{-1}^a g(x) dx, \quad a \geq -1$$

מצא את השיעורים של נקודת הפגישה בין הגרפים של הפונקציות $h(a)$ ו- $t(a)$.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2}{2} \left(\frac{1}{2} - \ln x \right)$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של $f(x)$.

(2) מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה),

וקבע את סוגן.

ב. (1) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ (אם יש כאלה),

וקבע את סוגן.

(2) מצא את השיעורים של נקודת הפיתול של הפונקציה $f(x)$.

ג. (1) סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של הפונקציה $f(x)$,

וסקיצה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

(2) ברביע הראשון הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$ נפגשים בנקודה אחת.

באיזה תחום ערכים נמצא שיעור ה- x של נקודה זו?

ד. הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g'(x) = f(x)$.

נתון: $g(1) = a$, $g(\sqrt{e}) = b$, $g(e) = c$.

הבע באמצעות a , b , ו- c את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$,

על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 1$ ו- $x = e$.