

השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. שתי מכוניות יצאו באותו זמן מעיר א' לעיר ב'.
המרחק בין שתי הערים הוא 300 ק"מ.
המכונית הראשונה נסעה במהירות הגדולה ב' 25 קמ"ש מהמהירות של המכונית השנייה.
כעבור 1.5 שעות מרגע היציאה מעיר א', הקטינה המכונית הראשונה את מהירותה לחצי ממהירותה הקודמת, והגיעה לעיר ב' $\frac{1}{2}$ שעה. אחרי המכונית השנייה.
א. מצא את המהירות של המכונית השנייה אם ידוע שמהירותה גדולה מ' 60 קמ"ש.
ב. מצא כעבור כמה שעות מרגע היציאה מעיר א' ולפני שהמכונית השנייה השיגה את המכונית הראשונה, היה המרחק בין שתי המכוניות 12.5 ק"מ
(מצא את שתי האפשרויות).

2. נתונה סדרה חשבונית a_n המקיימת: $a_4 + a_8 + a_{12} + a_{16} = 224$.

א. מצא את הסכום של 19 האיברים הראשונים בסדרה a_n .

הסדרה S_n היא סדרת הסכומים החלקיים של הסדרה a_n : S_1, S_2, S_3, \dots

נתון כי $S_n = n \cdot a_n$ לכל n טבעי.

ב. הראה כי הפרש הסדרה a_n הוא 0.

ג. היעזר בסעיפים הקודמים, ומצא את a_1 .

נתונה סדרה b_n המקיימת את הכלל: $b_{n+1} - b_n = a_n + S_n$ לכל n טבעי.

ד. היעזר בסעיפים הקודמים, ומצא את הסכום

$$(b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + (b_4 - b_3) + \dots + (b_{20} - b_{19})$$

המשך בעמוד 3

3. במבחן כניסה למכללה 20% מן הנבחנים היו מקיבוצים.

40% היו ממושבים ו- 40% היו מערים.

70% מן הנבחנים הצליחו במבחן.

$\frac{1}{8}$ מן הנבחנים שהיו ממושבים נכשלו במבחן.

ההסתברות לבחור באקראי מבין כל הנבחנים נבחן שהיה מעיר וגם הצליח במבחן, גדולה

פי 2.5 מן ההסתברות לבחור באקראי מבין כל הנבחנים נבחן שהיה מקיבוץ וגם הצליח במבחן.

א. מבין הנבחנים שנכשלו במבחן, מהי ההסתברות לבחור באקראי נבחן שלא היה מעיר?

ב. (1) משה הצליח במבחן.

מהי ההסתברות שהוא לא היה ממושב?

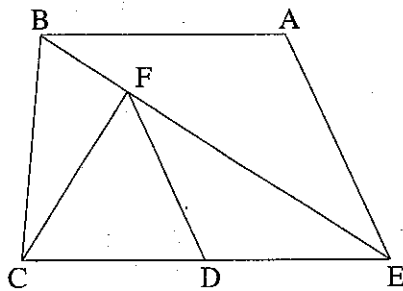
(2) חמישה נבחנים הצליחו במבחן.

מהי ההסתברות שלפחות אחד מהם היה ממושב?

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



4. נתון טרפז $ABCE$ ($AB \parallel EC$)

הנקודה F נמצאת על האלכסון BE

כך ש- $CF \perp BE$.

הנקודה D היא אמצע הבסיס CE (ראה ציור).

נתון: $\angle CEB = \angle AEB$

$ED = 3a$, $EA = 4a$

א. הוכח כי $\triangle EAB \sim \triangle EDF$.

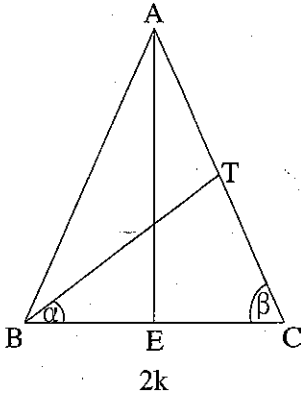
ב. נתון כי שטח המשולש EAB הוא S .

הבע באמצעות S את שטח המשולש CEF .

ג. המשך DF חותך את AB בנקודה G .

הבע באמצעות S את שטח המשולש BFG .

המשך בעמוד 4



5. נתון משולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$).

AE הוא גובה לבסיס BC ,

ו- BT הוא תיכון לשוק AC (ראה ציור).

נתון: $\angle TBC = \alpha$, $\angle ACB = \beta$, $BC = 2k$,

א. (1) הבע את האורך של TC באמצעות k ו- β בלבד.

(2) היעזר בתת-סעיף א(1), והראה כי

$$\sin(\alpha + \beta) = 4 \sin \alpha \cdot \cos \beta$$

ב. נתון גם: $TE = 5$ ס"מ, $k = 4$ ס"מ.

(1) מצא את β .

(2) מצא את α .

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות

ושל פונקציות טריגונומטריות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 - \sin(2x)$ בתחום $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq 0$.

ענה על הסעיפים שלפניך עבור התחום הנתון.

א. מצא את השיפוע הגדול ביותר ואת השיפוע הקטן ביותר של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ג. (1) מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה \cup וכלפי מטה \cap של גרף הפונקציה $f(x)$.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

◀ המשך בעמוד 5

$$7. \text{ נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{ax^3 + 2ax}{\sqrt{x^4 + 4x^2 + 4}}$$

a הוא פרמטר גדול מ-0.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. האם הפונקציה $f(x)$ היא זוגית או אי-זוגית? נמק.

ג. השטח, המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה-x

ועל ידי הישרים $x = 1$ ו- $x = -1$, שווה ל-4.

מצא את הערך של a.

ד. נתון כי הפונקציה $g(x)$ מקיימת $f(x) = g'(x)$.

אחת מנקודות החיתוך בין הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ היא

נקודה שבה $x = 0$.

(1) הראה כי הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g(x) = 2x^2$.

(2) מצא את התחום שבו מתקיים $f(x) > g(x)$.

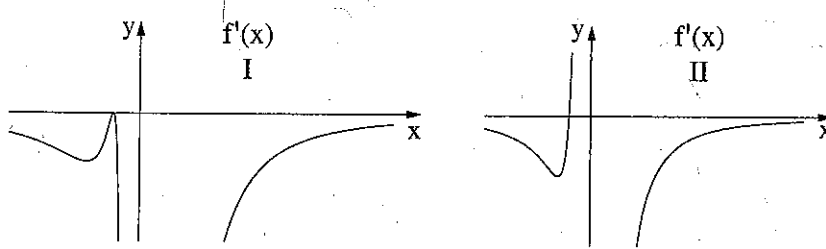
המשך בעמוד 6 ◀

8. נתונה הפונקציה $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^n$, $x \neq 0$. n הוא מספר טבעי גדול מ-1.

א. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

ב. הראה כי עבור n אי-זוגי $f'(x) \leq 0$ לכל $x \neq 0$.

לפניך שני גרפים, I ו-II. (בגרפים מוצגות כל נקודות הקיצון).



אחד הגרפים מייצג סקיצה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עבור n זוגי, והגרף האחר מייצג סקיצה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עבור n אי-זוגי. היעזר בגרפים I ו-II, וענה על הסעיפים ג, ד, ר.ה.

ג. עבור n אי-זוגי:

(1) מצא כמה נקודות קיצון (אם יש כאלה) יש לפונקציה $f(x)$. נמק.

(2) מצא כמה נקודות פיתול יש לפונקציה $f(x)$. נמק.

ד. עבור n זוגי:

(1) מצא כמה נקודות קיצון (אם יש כאלה) יש לפונקציה $f(x)$. נמק.

(2) מצא כמה נקודות פיתול יש לפונקציה $f(x)$. נמק.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונות הפונקציות: $g(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^3$, $h(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^4$.

מהו הסימן של המכפלה $g''(x) \cdot h''(x)$ עבור $x > 0$? נמק.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך