

סוג הבחינה: בגרות

מועד הבחינה: קיץ תשע"ח, 2018

מספר השאלון: 035582

נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים – $33\frac{1}{3} \times 2$ – $66\frac{2}{3}$ נקודות
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $33\frac{1}{3} \times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה.
שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($\frac{2}{3}$ 66 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — $\frac{1}{3}$ 33 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונות הנקודות $A(-3a, 0)$ ו- $B(3, 0)$. $a > 0$ הוא פרמטר.

א. הבע באמצעות a את המקום הגאומטרי של כל הנקודות P המקיימות $\frac{PA}{PB} = 1$.

ב. הראה שהמקום הגאומטרי של כל הנקודות Q המקיימות $\frac{QA}{QB} = 2$ הוא מעגל, והבע באמצעות a את שיעורי מרכז המעגל הזה ואת הרדיוס שלו.

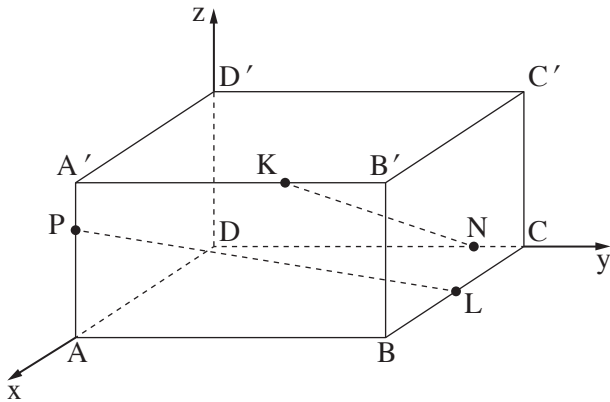
ג. נתבונן באוסף כל המעגלים אשר משיקים למקום הגאומטרי שמצאת בסעיף א ועוברים דרך מרכז המעגל שמצאת בסעיף ב.

נתון כי מרכזי המעגלים האלה מהווים מקום גאומטרי העובר דרך ראשית הצירים.

(1) זהה את המקום הגאומטרי הזה.

(2) מצא את a , וכתוב את משוואתו של המקום הגאומטרי הזה.

2. בציר שלפניך נתונה התיבה $ABCD A' B' C' D'$. המקצועות DA , DC ו- DD' מונחים על הצירים x , y ו- z בהתאמה, כמתואר בציר.



נתון: $AA' = 3$, $DA = 4$.

נסמן: $AB = a$, $a > 0$ הוא פרמטר.

הנקודות K ו- L, N, P נמצאות על

מקצועות התיבה AA' , BC , DC ו- $A'B'$ בהתאמה,

כך שמתקיים: $AP = 2PA'$,

$N(0, 5, 0)$,

L היא אמצע המקצוע BC ,

$$\vec{A'K} = \frac{4}{5} \vec{DN}$$

א. מצא את משוואת המישור PNK .

ב. (1) מצא הצגה פרמטרית של הישר NK ושל הישר PL . אם צריך, הבע באמצעות a .

(2) הסבר מדוע הישרים NK ו- PL הם ישרים מצטלבים.

ג. (1) עבור איזה ערך של a $\sphericalangle PC'C = 82.1^\circ$? בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

(2) האם קיים a שעבורו $\sphericalangle PC'C = 90^\circ$? נמק.

3. z_1 ו- z_2 הם שני מספרים מרוכבים המקיימים: $|z_1| = |z_2| = r$, $\arg z_1 + \arg z_2 = 90^\circ$.

א. הוכח כי תוצאת המכפלה $z_1 \cdot z_2$ היא מספר מדומה טהור, והבע אותו באמצעות r .

הנקודות A , B ו- C במישור גאוס מייצגות בהתאמה את המספרים המרוכבים z_1 , z_2 ו- z_3 .

נתון: הנקודות A , B ו- C אינן נמצאות על ישר אחד, והנקודה C נמצאת על הישר $y = x$.

ב. הסבר מדוע המשולש ABC הוא משולש שווה שוקיים.

הנקודה D במישור גאוס מתאימה למספר המרוכב $z_3 \cdot (z_1 \cdot z_2)^2$.

$$\text{נתון: } z_1 + z_2 = 7 + 7i$$

$$z_1 - z_2 = 1 - i$$

$$(z_3)^2 = 2i$$

ג. (1) מצא את שיעורי הנקודות C ו- D (מצא את שתי האפשרויות).

(2) חשב את שטח המרובע $BDAC$ עבור הנקודה C הנמצאת ברביע הראשון.

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה משפחת הפונקציות $f(x) = e^{2mx} - e^{mx}$. $m > 0$ הוא פרמטר.

ענה על סעיף א. אם צריך, הבע באמצעות m .

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(4) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

ב. סרטט במערכת צירים אחת גרפים של הפונקציות $f(x)$ עבור $m = 1$ ועבור $m = 2$ (ידוע ששני הגרפים

חותכים זה את זה בשתי נקודות בדיוק). התאם בין הגרפים שסרטטת ובין ערכי m הנתונים.

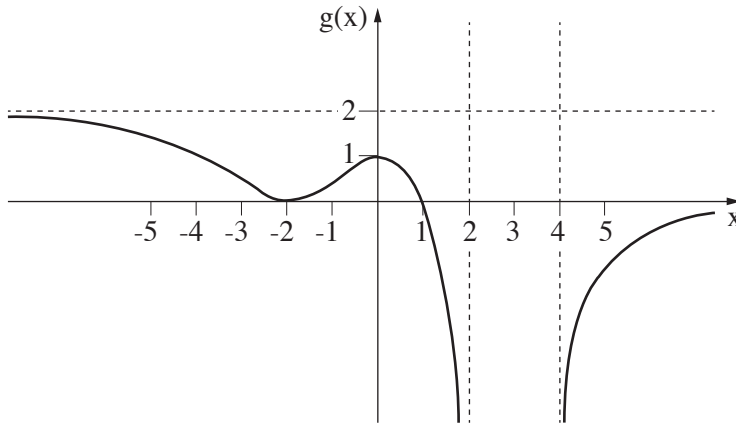
הישר $y = k$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$.

ג. (1) הבע באמצעות m את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- y ועל ידי הישר $y = k$.

עבור כל m , נסמן את השטח המתואר בתת-סעיף ג(1) ב- S_m (S_1 הוא השטח עבור $m = 1$).

(2) הראה שלכל m מתקיים: $S_m = \frac{S_1}{m}$.

5. נתון: $f(x)$ היא פונקציה רציפה וגזירה לכל x . נסמן $g(x) = \ln(f(x))$.
 הפונקציה $g(x)$ מוגדרת לכל $x > 4$ ולכל $x < 2$, ורק שם.
 בתחום $2 \leq x \leq 4$, $f'(x) = 0$ רק עבור $x = 3$.
 בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה $g(x)$.
 הפונקציה $g(x)$ מתאפסת רק בנקודות שבהן $x = 1$ ו- $x = -2$.



- א. מצא את $f(-2)$, $f(0)$ ו- $f(1)$.
 ב. מה הם תחומי החיוביות ותחומי השליליות של הפונקציה $f(x)$? נמק.
 ג. מה הם שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם כל אחד מן הצירים? נמק.
 ד. לפונקציה $f(x)$ יש שתי אסימפטוטות אופקיות. כתוב את משוואותיהן.
 ה. מה הם תחומי העלייה ותחומי הירידה של הפונקציה $f(x)$? נמק.
 ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 ז. הסבר מדוע: $\int_{-2}^1 f(x) dx > 3$.

בהצלחה!