

מתמטיקה 4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב
פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה
עליך לענות על שלוש שאלות לבחירתך – $3 \times \frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על שלוש מן השאלות 1-5.

שים לב: אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

סדרות

1. נתונה סדרה הנדסית a_n שבה $a_4 = 12$, $a_7 = -96$.

א. מצא את מנת הסדרה ואת a_1 .

נתון: בסדרה a_n יש מספר זוגי של איברים.

סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים של הסדרה הוא 262,143.

ב. מצא את מספר האיברים בסדרה a_n .

נתונה סדרה חשבונית b_n המקיימת: $b_1 = a_3$, $b_7 = a_6$.

ג. (1) מצא את הפרש הסדרה b_n .

(2) מצא את מיקומם של שני איברים סמוכים בסדרה b_n שסכומם הוא 357.

טריגונומטריה במרחב

2. נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה ABCD הוא מלבן.

SO הוא גובה הפירמידה (ראה סרטוט).

נתון: $AB = 12a$, $BC = 9a$. הוא פרמטר חיובי.

א. הבע באמצעות a את אורך אלכסון הבסיס, AC.

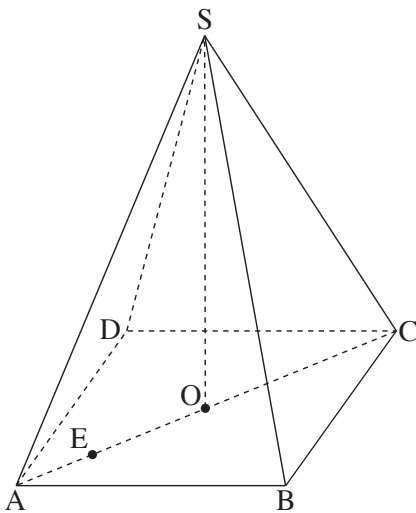
היא נקודה על האלכסון AC כך שמתקיים: $EC = 4 \cdot AE$.

נתון כי גודל הזווית שבין SE לבסיס הוא 80° .

ב. הבע באמצעות a את גובה הפירמידה, SO.

ג. נתון כי שטח המשולש SEO שווה ל-130.

חשב את נפח הפירמידה המשולשת SABC.

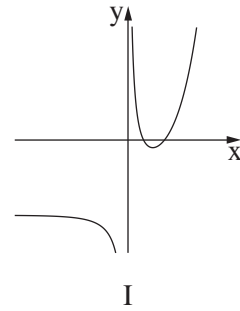
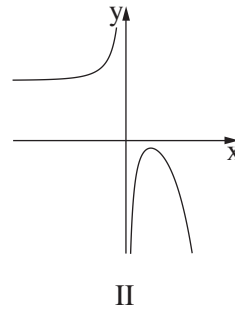
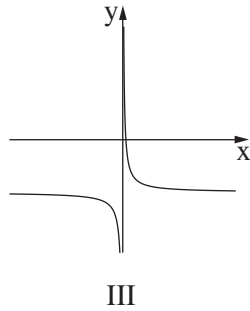
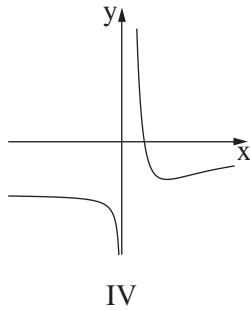


פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ופונקציות חזקה

3. נתונה הפונקציה $f(x) = \sin(2x) + \frac{1}{2}$ המוגדרת בתחום $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.
- א. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- ב. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
- ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נתונה הפונקציה $g(x) = -4 \sin x \cdot \cos x - 1$ המוגדרת בתחום $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.
- ד. הוכח כי $g(x) = -2f(x)$ לכל x בתחום.
- ה. (1) מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן.
 (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
- ו. מצא בעבור איזה ערך של k , הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה $g(x)$ בשלוש נקודות שונות.

4. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{e^{2x} + 3}{e^x - 1} - 7$.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- (2) רשום את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$ המאונכת לציר ה־ x .
- ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
- ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- ד. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
- (2) אחד מן הגרפים I–IV שבסוף השאלה מתאר את גרף הפונקציה $f(x)$. קבע איזה מהם, ונמק את קביעתך.
- ה. נתונה הפונקציה $g(x)$ שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$. נגזרת הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g'(x) = f(x)$.
- מצא את שיעורי ה־ x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן.



5. נתונה הפונקציה $f(x) = \ln(-x^2 + 4x - 3)$.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- (2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לציר ה- y .
- ב. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
- ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + b$. b הוא פרמטר.
- ה. קבע איזו מן הטענות (1)–(2) שלפניך נכונה. נמק את קביעתך.
- (1) כאשר $b < 0$, גרף הפונקציה $g(x)$ חותך את ציר ה- x בשתי נקודות.
- (2) כאשר $b > 0$, גרף הפונקציה $g(x)$ חותך את ציר ה- x בשתי נקודות.
- ו. נתון כי הישר $y = -\ln(0.75)$ משיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודת הקיצון שלה.
- מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x .

בהצלחה!