

מתמטיקה 4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה – $33\frac{1}{3} \times 2$ – 66 $\frac{2}{3}$ נקודות

סך הכול – 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.

כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב (33 1/3 נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 1-2.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

סדרות

1. a_n היא סדרה חשבונית.

נתון: $a_2 + a_4 = 124$.

א. מצא את a_3 .

נתון: $a_4 = 76$.

ב. מצא את a_1 ואת הפרש הסדרה.

ג. (1) הבע באמצעות n את האיבר a_n .

(2) הסבר מדוע כל איבר בסדרה a_n הוא זוגי.

נתון כי הסדרה a_n היא בת 64 איברים.

ד. בסדרה הנתונה כל איבר שלישי (a_3, a_6, \dots) נמחק.

מהו סכום האיברים שנותרו בסדרה?

טריגונומטריה במרחב

2. בציור שלפניך מתוארת תיבה $ABCD A' B' C' D'$ שבסיסה $ABCD$, הוא מלבן.

נתון: $AD' = 12$,

הזווית בין AD' לבין הבסיס $ABCD$ היא 60° .

א. מצא את אורך גובה התיבה.

נתון כי נפח התיבה הוא 432.

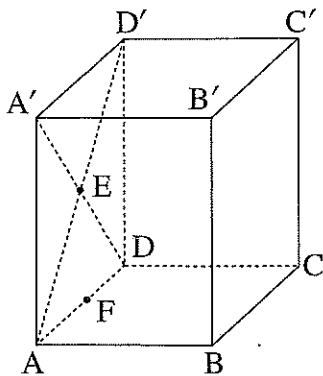
ב. מצא את אורכי צלעות הבסיס $ABCD$.

הנקודה E היא מפגש האלכסונים AD' ו- $A'D$.

הנקודה F היא אמצע הצלע AD (ראה ציור).

ג. (1) מצא את אורך הקטע BF .

(2) מצא את גודל הזווית בין EB לבין בסיס התיבה $ABCD$.



/המשך בעמוד 3/

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 3-5 (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3. נתונות הפונקציות: $f(x) = \cos(x)$, $g(x) = \cos(2x)$ המוגדרות בתחום: $0 \leq x \leq \pi$.

א. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

ב. (1) מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

(2) מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן.

ג. סרטט באותה מערכת צירים את הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

$a > 0$ הוא פרמטר.

נתון כי גודל השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $a \cdot f(x)$ ועל ידי גרף הפונקציה $a \cdot g(x)$ בין שתי נקודות החיתוך

שלהן הוא $3\sqrt{3}$.

ד. מצא את a .

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{8}{e^x} + \frac{e^x}{2} + c$, c הוא פרמטר.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ עובר דרך ראשית הצירים.

ב. מצא את c .

הצב בפונקציה $f(x)$ את הערך של c שמצאת בסעיף ב, וענה על הסעיפים ג-ו.

ג. מצא את שיעורי נקודת החיתוך הנוספת של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ד. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, ועל ידי ציר ה- x .

נסמן ב- S_1 את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $-f(x)$, ועל ידי ציר ה- x .

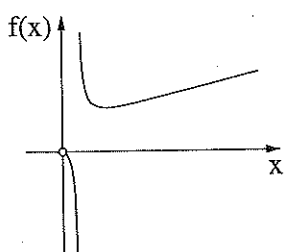
נסמן ב- S_2 את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $2 \cdot f(x)$, ועל ידי ציר ה- x .

ו. בעבור כל אחד מן השטחים S_1 ו- S_2 קבע אם הוא גדול מ- S , קטן ממנו או שווה לו.

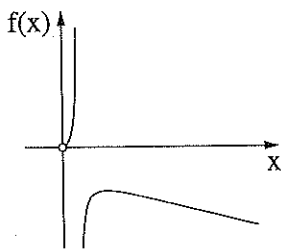
נמק את קביעותיך.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{4x}{1 + \ln(2x)}$.

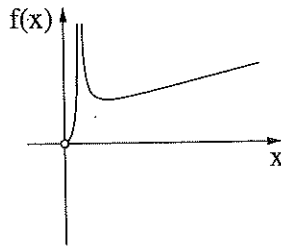
- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. (1) האם גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x ? נמק, (2) מצא את האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $f(x)$.
- ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
- ד. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- ה. אחד מן הסרטוטים IV-I שבסוף השאלה מתאים לגרף הפונקציה $f(x)$. קבע איזה מהם, ונמק את קביעתך.
- ו. מצא את התחום שבעבורו מתקיים $f(x) \cdot f'(x) < 0$.



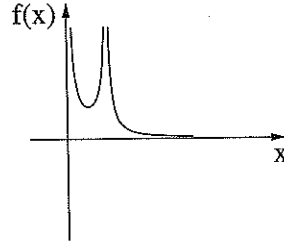
IV



III



II



I

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך