

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תוכנית חדשה

הוראות

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון – סדרות, סטטיסטיקה, הסתברות
פרק שני – גאומטרייה
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
יש לענות על חמש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $20 \times 5 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

שימו לב: הסבירו את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לענות על חמש מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברת.

פרק ראשון – סדרות, סטטיסטיקה, הסתברות

1. בבריכת "גלי גיל" מתאמנים לתחרות במשחה של "100 מטר חופשי".
השיא שנקבע בעבר במשחה זה היה 51 שניות.
קבוצה גדולה של שחיינים מתאמנת לקראת התחרות במשחה זה.
זמני השחייה של השחיינים בקבוצה מתפלגים נורמלית עם ממוצע של 57 שניות וסטיית תקן של 2 שניות.
בוחרים באקראי שחיין מן הקבוצה.
א. מהי ההסתברות שהשחיין שנבחר ישבור את השיא שנקבע בעבר (כלומר, ישחה בזמן קצר יותר מזמן השיא)?
בבריכה מתאמנות שתי קבוצות:
קבוצה של 150 שחיינים שממוצע זמן המשחה שלהם הוא 57 שניות,
וקבוצה של 150 שחיינים שממוצע זמן המשחה שלהם הוא 58 שניות.
ב. מהו הממוצע של זמן המשחה של כל 300 השחיינים?
נתון כי זמני המשחה של כל 300 השחיינים מתפלגים נורמלית, וכי זמן המשחה של 50 מבין 300 השחיינים הוא פחות מ- 54 שניות.
ג. מהי סטיית התקן של זמני המשחה של כל 300 השחיינים?
בוחרים באקראי שחיין מבין כל 300 השחיינים.
ד. מהי ההסתברות שהשחיין שנבחר ישבור את השיא שנקבע בעבר?

2. חוקרים בדקו את הקשר בין משקל של עכבר (Y בגרמים) ובין משקל מנת המזון היומית שלו (X בגרמים). הם בדקו עשרה עכברים. משקלי העכברים ומשקל מנת המזון היומית של כל אחד מהם מוצגים בטבלה שלפניכם.

| | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-------------------------------------|
| 5 | 5 | 4 | 4 | 4 | 3 | 3 | 3 | 2 | 1 | משקל מנת המזון היומית (X בגרמים) |
| 30 | 28 | 24 | 22 | 20 | 16 | 15 | 14 | 13 | 12 | משקל העכבר (Y בגרמים) |

נתון כי המשקל הממוצע של מנת המזון היומית הוא 3.4 גרמים.

א. הראו כי סטיית התקן של משקל מנת המזון היומית היא 1.2 גרמים.

נתון כי המשקל הממוצע של עשרת העכברים הוא 19.4 גרמים, וסטיית התקן של משקלם היא 6.086 גרמים.

ב. לפניכם 4 מספרים שונים: 0, -0.123, 0.923, 1. אחד מן המספרים הוא מקדם המתאם r בין משקל העכבר ובין משקל מנת המזון היומית שלו.

בחרו איזה מהם הוא מקדם המתאם, ונמקו את בחירתכם (אין צורך לחשב).

ג. מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי משקל העכברים מתוך משקל מנת המזון היומית שלהם.

לאחר זמן מה התגלה כי המאזניים שבהם נשקלו העכברים לא היו מכוילים ויש להפחית 2 גרמים ממשקלו של כל עכבר (המאזניים שבהם נשקלה מנת המזון היומית היו מכוילים).

ד. מה תהיה משוואת ישר הרגרסיה החדש לאחר הכנסת התיקון במשקלי העכברים?

ה. על פי ישר הרגרסיה שמצאתם בסעיף ד, מהו הניבוי למשקל עכבר שמשקל מנת המזון היומית שלו הוא 3.5 גרם?

3. אוניברסיטה גדולה בדקה את הקשר בין ההישגים הלימודיים של הסטודנטים באוניברסיטה ובין ציוני תעודת הבגרות שלהם. 20% מן הסטודנטים סיימו בהצטיינות את בחינות הבגרות, והשאר סיימו בציונים רגילים.

מבין הסטודנטים שסיימו את בחינות הבגרות בהצטיינות, 80% הגיעו להישגים גבוהים באוניברסיטה.

מבין הסטודנטים שסיימו את בחינות הבגרות בציונים רגילים, 25% הגיעו להישגים גבוהים באוניברסיטה.

א. בחרים באקראי סטודנט מן האוניברסיטה.

מהי ההסתברות שהוא הגיע להישגים גבוהים באוניברסיטה?

ב. בחרים באקראי סטודנט שהגיע להישגים גבוהים באוניברסיטה.

מהי ההסתברות שהוא סיים את בחינות הבגרות בציונים רגילים?

ג. לפניכם שתי טענות, (1) – (2), שפורסמו בתקשורת. קבעו בעבור כל אחת מהן אם היא נכונה, ונמקו את קביעתכם.

(1) מבין הסטודנטים שהגיעו להישגים גבוהים באוניברסיטה, רובם (מעל 50%) סיימו את בחינות הבגרות בהצטיינות.

(2) מבין הסטודנטים שלא הגיעו להישגים גבוהים באוניברסיטה, רובם (מעל 50%) סיימו את בחינות הבגרות

בציונים רגילים.

ד. רות וענבל הן סטודנטיות באוניברסיטה, והן סיימו את בחינות הבגרות בציונים רגילים.

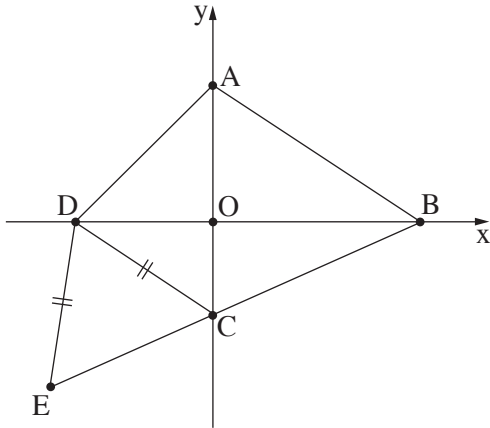
מהי הסתברות שבדיוק אחת מהן הגיעה להישגים גבוהים באוניברסיטה?

פרק שני – גאומטרייה

4. המרובע ABCD הוא טרפז ($AB \parallel CD$), שכל קודקודיו מונחים על הצירים, כמתואר בסרטוט שלפניכם. ראשית הצירים O היא מפגש האלכסונים של הטרפז.

נתון: $A(0, 6)$, $AO = OD$.

ידוע כי שטח המשולש ABD שווה ל-45.



א. (1) מצאו את האורך של BD.

(2) מצאו את שיעורי הקודקודים D ו-B.

ב. מצאו את משוואת הצלע CD.

ג. (1) מצאו את גודל הזווית OBC.

(2) מצאו את גודל הזווית ABC.

הנקודה E נמצאת על המשך הצלע BC ונתון כי $DE = DC$ (ראו סרטוט).

ד. מצאו את היקף המשולש CDE.

5. המשולש ABC חסום במעגל שמרכזו M.

הצלע AC היא קוטר במעגל.

המעגל משיק לציר ה-y בנקודה C וחותר את ציר ה-x בנקודה B, כמתואר בסרטוט.

הנקודה D נמצאת על ציר ה-y וידוע כי $\angle BAC = \angle ADC$.

א. הוכיחו: $\triangle ABC \sim \triangle DCA$.

ב. האם $BC \parallel AD$? נמקו.

נתון: $C(0, 4)$, $B(-2, 0)$.

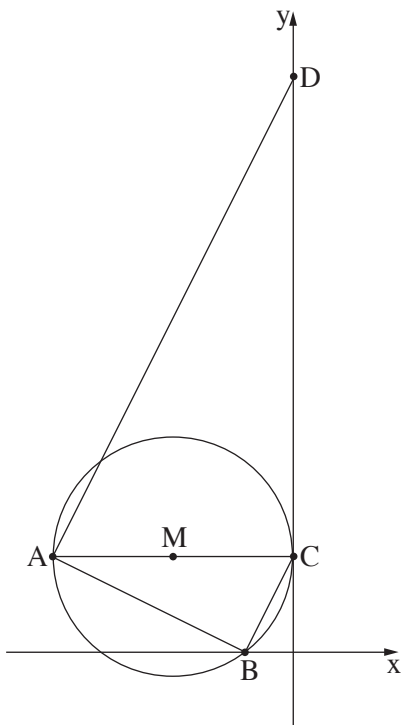
ג. (1) מצאו את משוואת הצלע AB.

(2) מצאו את שיעורי הקודקוד A.

(3) מצאו את משוואת המעגל.

ד. (1) מצאו את יחס הדמיון בין המשולש ABC ובין המשולש DCA.

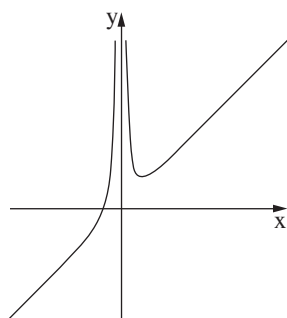
(2) מצאו את שטח המרובע ABCD.



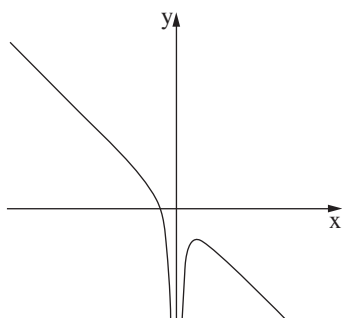
**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש**

6. נתונה הפונקצייה: $f(x) = x + \frac{4}{x^2}$.

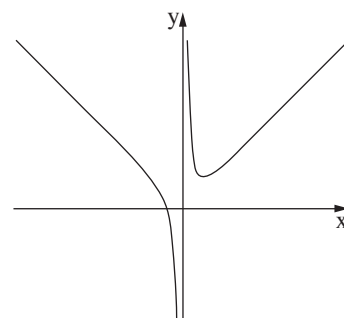
- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$?
- ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
בתשובתכם דייקו 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.
- ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
- ד. אחד מן הגרפים III-I בסוף השאלה מתאר את הפונקצייה $f(x)$.
קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.
- ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, על ידי הישר $x = 1$, על ידי הישר $x = 2$ ועל ידי ציר ה- x .



III



II



I

7. נתונה הפונקצייה $f(x) = 1 + \frac{1}{2}x - \sqrt{2x} + b$, b הוא פרמטר. ידוע כי גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה $(8, 0)$ בלבד.
 א. מצאו את b .

הציבו $b = 9$ וענו על הסעיפים ב-ד.

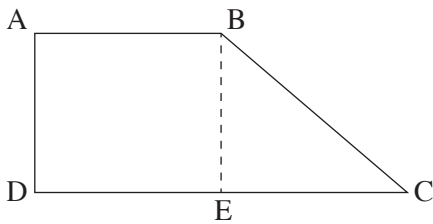
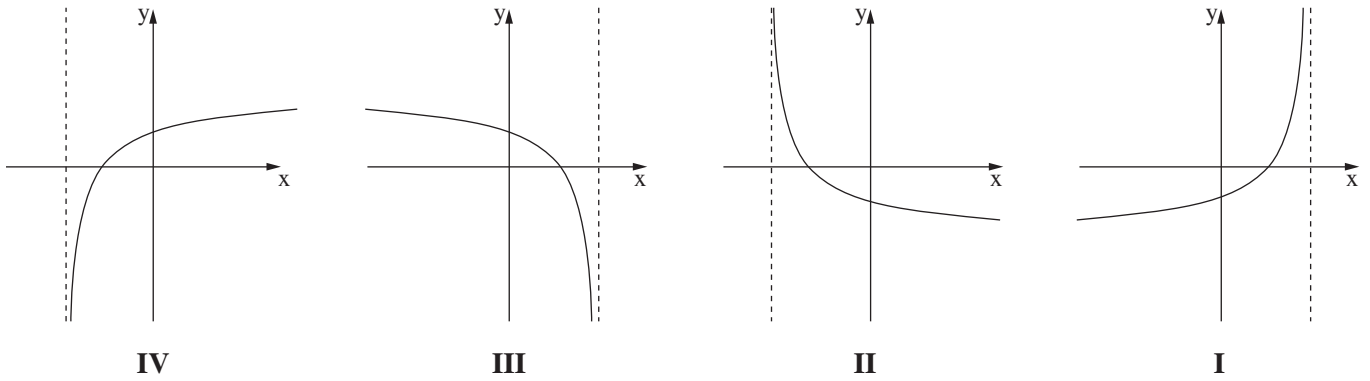
ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ג. (1) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- y .

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ד. אחד מן הגרפים IV-I שלפניכם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.



8. המרובע ABCD הוא טרפז ישר זווית, $AB \parallel DC$ (ראו סרטוט).

גובה הטרפז BE חוצה את הבסיס DC.

שטח הטרפז הוא $12\sqrt{2}$.

נסמן ב- x את אורך הצלע AB.

א. הביעו באמצעות x את אורך גובה הטרפז.

ב. מצאו את x שבעבורו סכום ריבועי השוקיים של הטרפז $(AD^2 + BC^2)$ הוא מינימלי.

ג. האם ייתכן שסכום ריבועי השוקיים של הטרפז הוא 30? נמקו.

בהצלחה!

