

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה: ארבע שעות ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון – אלגברה, גאומטרייה אנליטית והסתברות
פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
יש לענות על ארבע שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $4 \times 25 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל פעולותיכם, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

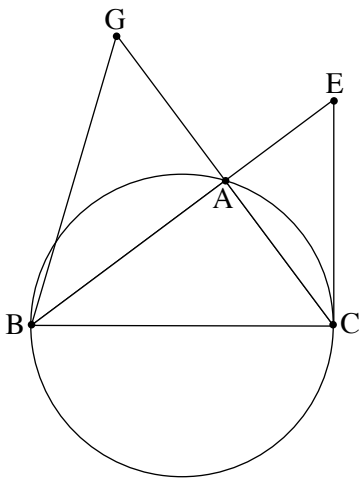
ענו על ארבע מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 25 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטרייה אנליטית והסתברות

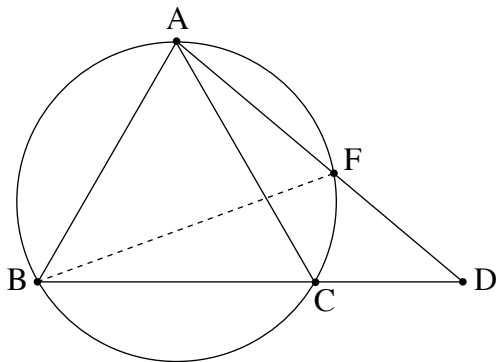


1. היישובים A ו-B נמצאים במרחק 12 ק"מ זה מזה.
 היישוב C נמצא באמצע הדרך ביניהם (ראו סרטוט).
 איתמר וניר יצאו להליכה בשעה 8:00.
 איתמר הלך במהירות קבועה מיישוב A ליישוב B.
 ניר הלך מיישוב A ליישוב B, ומייד כשהגיע ליישוב B חזר ליישוב C.
 המהירות של ניר בדרך ליישוב B הייתה גדולה ב-2 קמ"ש מן המהירות של איתמר.
 המהירות של ניר בדרך חזרה מן היישוב B (עד ליישוב C) הייתה שווה למהירות של איתמר.
 איתמר הגיע אל היישוב B חצי שעה לפני שהגיע ניר אל היישוב C.
- א. מצאו את מהירות ההליכה של איתמר, אם נתון כי המהירות שלו קטנה מ-5 קמ"ש.
 ב. מצאו באיזו שעה הגיע ניר ליישוב B.
 ג. כאשר היה ניר בדרכו חזרה ליישוב C הוא פגש את איתמר.
 מצאו באיזו שעה נפגשו ניר ואיתמר.

פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור

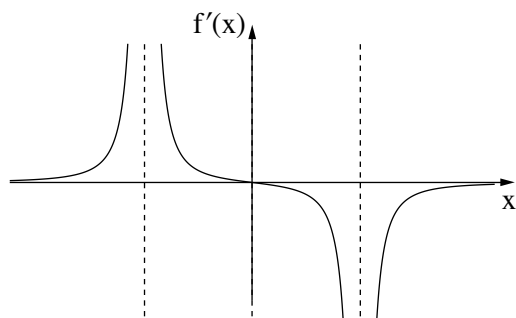


4. משולש ABC חסום במעגל. הצלע BC היא קוטר במעגל.
 הנקודה G נמצאת על המשך הצלע CA, כמתואר בסרטוט.
 דרך הנקודה C העבירו משיק למעגל, החותך את המשך הצלע BA בנקודה E.
 נתון: $AC = AG$.
 א. הוכיחו: $BG = BC$.
 ב. הוכיחו: $\angle ECA = \angle ABG$.
 ג. הוכיחו: $\triangle ACE \sim \triangle ABG$.
 נתון: $AE \cdot AB = 42.25$.
 ד. מצאו את אורך הקטע AC.



5. משולש ABC הוא משולש שווה צלעות החסום במעגל שרדיוסו 18.
 הנקודה D נמצאת על המשך הצלע BC, כמתואר בסרטוט.
 א. מצאו את אורך הצלע AC.
 נתון: $CD = 17$.
 ב. מצאו את אורך הקטע AD.
 ג. מצאו את גודל הזווית CAD.
 הנקודה F היא נקודת החיתוך של הקטע AD עם המעגל.
 ד. מצאו את אורך המיתר BF.
 ה. (1) מהו גודל הזווית FBC?
 (2) מצאו את שטח המשולש FBD.

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש**



6. הפונקצייה $f(x)$ מוגדרת בתחום $x \neq \pm 5$.

בסרטוט שלפניכם מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$,

המוגדרת באותו התחום.

גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה- x רק בנקודה $(0, 0)$.

א. מצאו את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$,
וקבעו את סוגה.

ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

נתון כי לפונקצייה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית שמשוואתה היא $y = 2$.

אחד מן הביטויים III-I שלפניכם מייצג את הפונקצייה $f(x)$.

$$\text{I. } \frac{x^2}{x^2 + 25} + 1 \quad \text{II. } \frac{x^2}{x^2 - 25} + 2 \quad \text{III. } \frac{x^2}{x^2 - 25} + 1$$

ג. קבעו איזה מן הביטויים III-I מייצג את הפונקצייה $f(x)$. נמקו את קביעתכם.

ד. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = 3$.

7. נתונה הפונקצייה $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{-2x + 10}$.

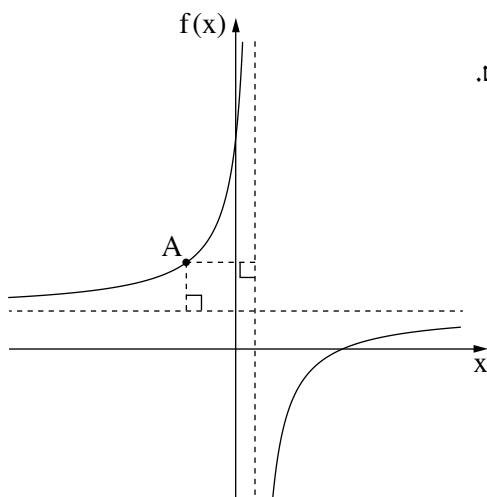
- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
 ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = f(x) - c$, הוא פרמטר חיובי.

הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו התחום.

גרף הפונקצייה $g(x)$ משיק לישר $y = 20$.

ה. מצאו את הערך של c .



8. לפניכם סרטוט של גרף הפונקצייה $f(x) = \frac{16}{1-x} + 2$, המוגדרת לכל $x \neq 1$.

א. מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לצירים.

מנקודה A, הנמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$ ברביע השני, העבירו אנכים לאסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ כך שהאסימפטוטות והאנכים יוצרים מלבן.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה A שבעבורה היקף המלבן מינימלי.

ג. חשבו את שטח המלבן בעבור שיעורי הנקודה A שמצאתם בסעיף ב.

בהצלחה!