

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שעתיים וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – סדרות, טריגונומטרייה במרחב
פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

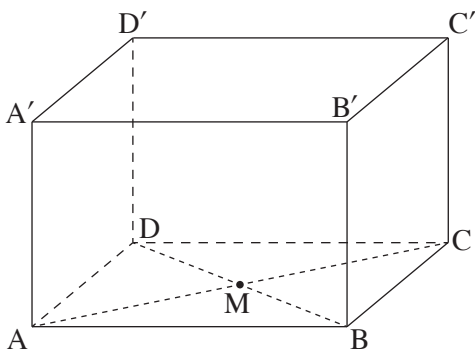
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטרייה במרחב

סדרות

1. לרכבת מסוימת יש 11 קרונות. ביום א', מספר הנוסעים בכל קרון היה גדול במספר קבוע ממספר הנוסעים בקרון שלפניו. מספר הנוסעים בקרון האחרון היה גדול פי 3 ממספר הנוסעים בקרון הראשון. ביום זה מספר הנוסעים ברכבת היה 220 סך הכול.
- א. מצאו כמה נוסעים היו בקרון הראשון.
- ב. מצאו כמה נוסעים היו בקרון האמצעי.
- ג. מצאו כמה נוסעים סך הכול היו בקרונות האי-זוגיים (בקרון הראשון, השלישי, החמישי וכן הלאה). ביום ב' מספר הנוסעים ברכבת היה גדול פי 2 ממספר הנוסעים בה ביום א' ולכן הוחלט להוסיף קרונות לרכבת. ביום ב', מספר הנוסעים בכל קרון היה גדול פי 3 ממספר הנוסעים בקרון שלפניו. ביום זה היו בקרון הראשון 5 נוסעים.
- ד. מצאו את מספר הקרונות שהוסיפו לרכבת ביום ב'.

טריגונומטרייה במרחב



2. בסרטוט שלפניכם מתוארת תיבה $ABCD A'B'C'D'$. אלכסוני הבסיס $ABCD$ נפגשים בנקודה M . נתון: $AB = 12$, $BC = 5$. נתון כי גודל הזווית שבין הקטע MC' ובין הבסיס $ABCD$ הוא 50° .
- א. מצאו את אורך גובה התיבה.
- ב. מצאו את שטח הפנים של התיבה.
- אלכסוני הבסיס $A'B'C'D'$ נפגשים בנקודה M' . נקודה P נמצאת על הקטע MM' כך שמתקיים $AP = 1.5MP$. מן הנקודה P חיברו קטעים אל קודקודי הבסיס $ABCD$ כך שנוצרה פירמידה ישרה $PABCD$.
- ג. מצאו את גודל הזווית שבין מקצוע צדדי של הפירמידה ובין הבסיס $ABCD$.
- ד. מצאו את נפח הפירמידה.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ופונקציות חזקה

3. נתונה הפונקצייה $f(x) = a - \frac{1}{2}(\sin x)^2$, a הוא פרמטר.
 הפונקצייה $f(x)$ מוגדרת בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$.
- א. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן. הביעו באמצעות a אם יש צורך.
 הישר $y = 2$ משיק לגרף הפונקצייה $f(x)$.
- ב. מצאו את שני הערכים האפשריים של a .
- הציבו בפונקצייה $f(x)$ את הערך של a הקטן יותר שמצאתם, וענו על הסעיפים ג-ד.
- ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- נתונה הפונקצייה $g(x)$, המקיימת $g'(x) = f(x)$.
 הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו התחום.
- ד. לפניכם שתי טענות I-II. קבעו בעבור כל טענה אם היא נכונה או אינה נכונה. נמקו את קביעותיכם.
- I. לפונקצייה $g(x)$ יש 3 נקודות קיצון פנימיות.
 II. הפונקצייה $g(x)$ עולה בתחום $0 < x < 2\pi$.

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{e^{2x}}{e^x - 3}$.
- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את משוואת האסימפטוטה האנכית לציר ה- x של הפונקצייה $f(x)$.
- ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
- ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
- ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.
- ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- נתונה הפונקצייה $g(x)$, המקיימת $g(x) = -f(x) + 15$.
 הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו התחום.
- ו. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגה.
 (2) כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה- x ? נמקו את תשובתכם.

5. נתונה הפונקצייה $f(x) = ax \cdot \ln(2x)$, a הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

נתון כי שיפוע המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודה שבה $x = \frac{e}{2}$ הוא 6.

ב. מצאו את a .

הציבו $a = 3$ בפונקצייה $f(x)$ וענו על הסעיפים ג-ו.

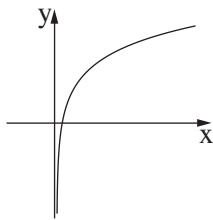
ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

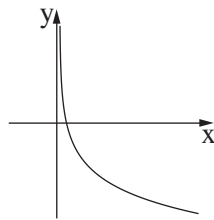
ה. קבעו איזה מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את הפונקצייה $f(x)$, ואיזה מהם מתאר את

פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעותיכם.

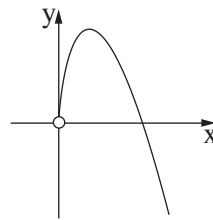
ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x = e$ ועל ידי ציר ה- x .



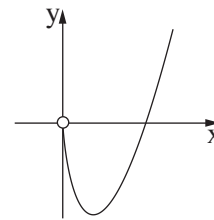
IV



III



II



I

בהצלחה!