

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה: ארבע שעות ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון – אלגברה, גאומטרייה אנליטית והסתברות
פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
יש לענות על ארבע שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $4 \times 25 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל פעולותיכם, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

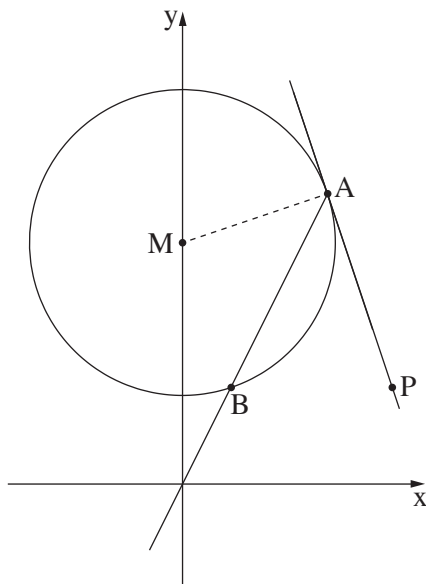
בהצלחה!

השאלות

ענו על ארבע מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 25 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטרייה אנליטית והסתברות

1. המרחק בין עיר א' לעיר ב' הוא 600 ק"מ.
 רכבת נוסעת כל יום מעיר א' לעיר ב' במהירות קבועה.
 יום אחד הייתה תקלה ברכבת ולכן היא יצאה מעיר א' 6 דקות אחרי שעת היציאה הרגילה שלה.
 באותו היום הייתה מהירות הרכבת גדולה ב-10 קמ"ש מן המהירות הרגילה שלה.
 ביום זה הגיעה הרכבת לעיר ב' בשעת ההגעה הרגילה שלה.
א. (1) מצאו את המהירות הרגילה של הרכבת.
(2) מצאו את זמן הנסיעה של הרכבת מעיר א' לעיר ב' ביום רגיל.
 ביום אחר, לאחר שנסעה הרכבת במשך זמן מסוים במהירות הרגילה שלה, היא נאלצה להקטין את מהירותה ב-40 קמ"ש,
 ולכן הגיעה לעיר ב' 27 דקות אחרי שעת ההגעה הרגילה שלה.
ב. מצאו כמה זמן נסעה הרכבת ביום זה במהירות הרגילה שלה.



2. נתון מעגל שמרכזו M ומשוואתו $x^2 + (y - 15)^2 = 90$.
 הישר $y = 2x$ חותך את המעגל בנקודות A ו-B,
 כמתואר בסרטוט שלפניכם.
א. מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B.
 דרך הנקודה A העבירו משיק למעגל.
ב. מצאו את משוואת המשיק.
 הנקודה P נמצאת על המשיק כך שהישר PB מקביל לציר ה-x.
 הנקודה G היא מרכז המעגל החוסם את המשולש PAM.
ג. מצאו את משוואת המעגל החוסם את המשולש PAM.
ד. קבעו אם הנקודה G נמצאת על המעגל שמרכזו M,
 בתוכו או מחוצה לו. נמקו את קביעתכם.

3. גלית ורועי משחקים משחק. כל סיבוב במשחק יכול להסתיים באחת משלוש האפשרויות האלה:
ניצחון של גלית, ניצחון של רועי או תיקו.
- ההסתברות שגלית תנצח בסיבוב כלשהו גדולה פי 3 מן ההסתברות שרועי ינצח בסיבוב כלשהו.
ההסתברות שסיבוב יסתיים בתיקו היא 0.28.
- א. מצאו את ההסתברות שגלית תנצח בסיבוב כלשהו במשחק.
- במשחק שגלית ורועי משחקים יש שני סיבובים. התוצאות של הסיבובים אינן תלויות זו בזו.
- ב. מהי ההסתברות ששום סיבוב לא יסתיים בתיקו?
- ג. מהי ההסתברות שגלית תנצח לפחות באחד מן הסיבובים?
- ד. ידוע שגלית ניצחה לפחות באחד מן הסיבובים. מהי ההסתברות שאחד מן הסיבובים הסתיים בתיקו?

פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור

4. משולש ABC חסום במעגל. הישר FA משיק למעגל בנקודה A.

הנקודה D נמצאת על הצלע AB כך ש-DC מקביל למשיק (ראו סרטוט).

א. הוכיחו: $\Delta ABC \sim \Delta ACD$.

נתון: $AD = 4$, $AB = 9$.

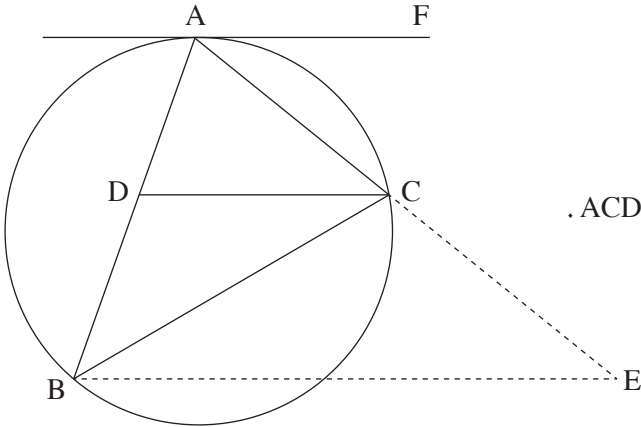
ב. מצאו את אורך הצלע AC.

ג. מצאו פי כמה גדול שטח המשולש BCD משטח המשולש ACD.

הנקודה E נמצאת על המשך הצלע AC

כך ש-BE מקביל ל-DC.

ד. מצאו את אורך הקטע CE.



5. בסרטוט שלפניכם משולש חד זוויות ABC.

נתון: אורך הרדיוס של המעגל החוסם את משולש ABC הוא 4.6,

$BC = 9$.

א. מצאו את גודל הזווית BAC.

הנקודה D נמצאת על הצלע AC.

נתון: $AB = 3AD$,

שטח המשולש ABD שווה ל-6.

ב. (1) מצאו את האורך של AD.

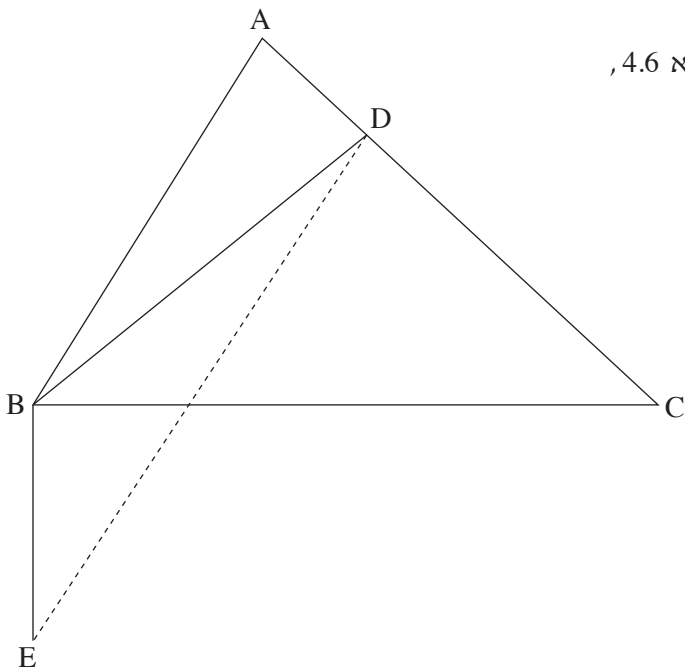
(2) מצאו את גודל הזווית ABD.

ג. מצאו את גודל הזווית ACB.

הקטע BE מאונך לצלע BC, כמתואר בסרטוט שלפניכם.

נתון: $BE = 4$.

ד. מצאו את שטח המשולש DBE.



**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש**

6. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{x+4}{5x-x^2} - b$. הוא פרמטר.

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 ב. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן (הביעו באמצעות b , אם יש צורך).

נתון כי הישר $y = -1$ משיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודת המינימום שלה.

ג. מצאו את b .

הציבו $b = 2$ בפונקצייה $f(x)$ וענו על סעיפים ד-ה.

- ד. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 (3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x)$, שפונקציית הנגזרת שלה מקיימת $g'(x) = f(x) + 1$.

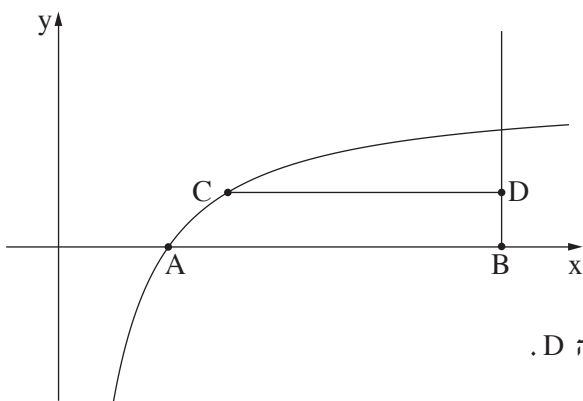
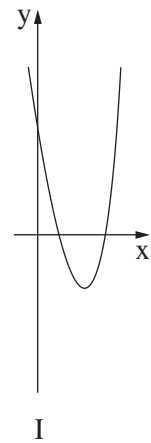
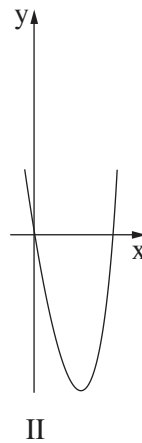
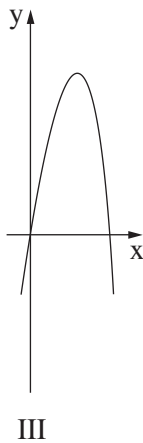
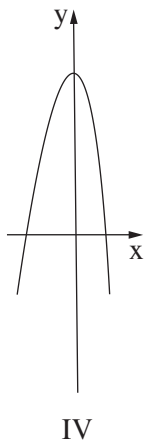
תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$ זהה לתחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ה. קבעו אם לפונקצייה $g(x)$ יש נקודות קיצון. נמקו את קביעתכם.

7. נתונה הפונקצייה $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{-\frac{1}{2}x + 5}$.

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
- ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- ה. אחד מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

נתון כי השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי גרף הפונקצייה $a \cdot f'(x)$, שווה ל-160. a הוא פרמטר שלילי.
ו. מצאו את הערך של a .



8. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x) = 3 - \frac{6}{x}$, בתחום $x > 0$.

- א. גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה A. מן הנקודה $B(8, 0)$ העבירו אנך לציר ה- x . C היא נקודה כלשהי על גרף הפונקצייה $f(x)$. נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה C, $2 < t < 8$. מן הנקודה C העבירו ישר המקביל לציר ה- x וחותר את האנך בנקודה D. מצאו את שיעורי הנקודות A, C ו-D. הביעו את תשובותיכם באמצעות t , אם יש צורך.
- ב. מצאו את שיעורי הנקודה C שבעבורה שטח המשולש ACD הוא מקסימלי.
- ג. קבעו אם ייתכן ששטח המשולש ACD שווה ל-1. נמקו את קביעתכם.

בהצלחה!