

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה: ארבע שעות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון – אלגברה, גאומטרייה אנליטית, הסתברות
פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
יש לענות על חמש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $20 \times 5 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל פעולותיכם, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

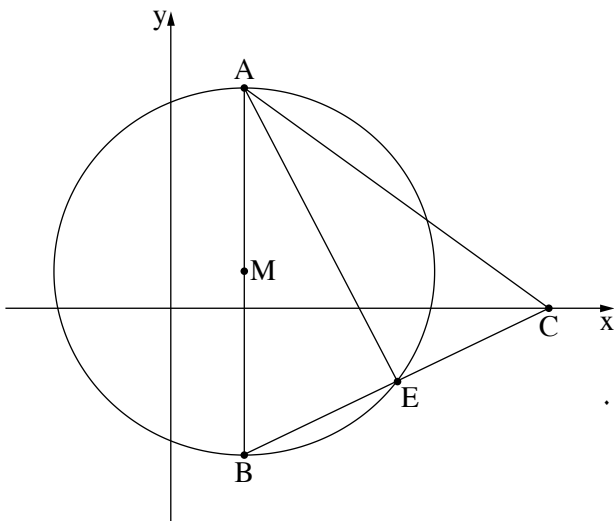
בהצלחה!

השאלות

יש לענות על חמש מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטרייה אנליטית והסתברות

1. המרחק בין היישוב A ליישוב B הוא 28 ק"מ.
 ביום ראשון רכבה נועה על אופניים מיישוב A ליישוב B במהירות קבועה, ויורם הלך מיישוב B ליישוב A במהירות קבועה.
 שניהם יצאו באותה השעה ונפגשו לאחר שעה ו-10 דקות.
 נתון כי ביום זה הגיע יורם לאמצע הדרך 4 שעות לאחר שהגיעה נועה לאמצע הדרך.
א. מצאו את מהירות הרכיבה של נועה ואת מהירות ההליכה של יורם.
 גם ביום שני רכבה נועה מיישוב A לכיוון יישוב B באותה המהירות שבה רכבה ביום ראשון, ויורם הלך מיישוב B לכיוון יישוב A באותה המהירות שבה הלך ביום ראשון.
 ביום זה יצאה נועה לרכיבה בשעה 8:00, ויורם יצא להליכה 24 דקות לאחר מכן.
ב. מצאו באיזו שעה נפגשו יורם ונועה ביום שני.



2. משולש ABE חסום במעגל שמרכזו M.
 AB הוא קוטר במעגל (ראו סרטוט).
 נתון: $M(2, 1)$, $B(2, -4)$.
א. מצאו את שיעורי הקודקוד A.
 המשך הצלע BE חותך את החלק החיובי של ציר ה-x בנקודה C.
 נתון: $AB = AC$.
ב. מצאו את שיעורי הנקודה C.
ג. מצאו את משוואת הישר AE.
 דרך הנקודה M העבירו ישר המקביל לציר ה-x וחותר את הצלע AE בנקודה D.
ד. חשבו את שטח המרובע MDEB.

3.

בשכבת י"א בבית ספר מסוים לומדים בנים ובנות. לחלקם יש רישיון נהיגה ולשאר אין.

25% מתלמידי השכבה הם בנים שאין להם רישיון נהיגה.

ל- $\frac{1}{3}$ מן הבנים בשכבה יש רישיון נהיגה.

א. מצאו את אחוז הבנים בשכבה.

ההסתברות לבחור באקראי מן השכבה בן שיש לו רישיון נהיגה שווה להסתברות לבחור באקראי מן השכבה

בת שיש לה רישיון נהיגה.

ב. ידוע שנבחר באקראי תלמיד (בן או בת) מן השכבה שאין לו רישיון נהיגה. מהי ההסתברות שהתלמיד שנבחר הוא בן?

בשכבה זו יש 69 בנים.

ג. מצאו כמה תלמידים יש בשכבה סך הכול.

לשכבה הצטרפו 26 תלמידים חדשים (בנים ובנות).

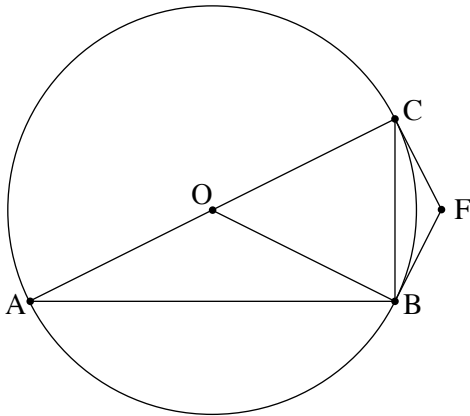
בוחרים באקראי שני תלמידים מן השכבה בזה אחר זה (הוצאה ללא החזרה).

ההסתברות ששני התלמידים שנבחרו הם בנים היא $\frac{13}{95}$.

ד. מצאו כמה בנים הצטרפו לשכבה.

פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור

4. נתון מעגל שמרכזו O. המשולש ABC חסום במעגל כך ש- AC הוא קוטר במעגל. מן הנקודות B ו- C העבירו משיקים למעגל הנפגשים בנקודה F (ראו סרטוט).



א. הוכיחו כי המרובע OCFB הוא דלתון.

ב. הוכיחו כי $\angle CAB = \angle COF$.

ג. הוכיחו כי $\triangle AOB \sim \triangle CFB$.

נתון כי שטח המשולש AOB גדול פי 4 משטח המשולש CFB.

הנקודה E היא נקודת החיתוך של אלכסוני הדלתון OCFB.

ד. הוכיחו כי $CB = OE$.

5. נתון משולש חד זוויות ABC. הנקודה D נמצאת בתוך המשולש ABC

כך ש- $\angle BDC = 120^\circ$ (ראו סרטוט).

נתון: $DC = 16$, $DB = 12$.

א. מצאו את אורך הצלע BC.

נתון: רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC גדול פי 1.3

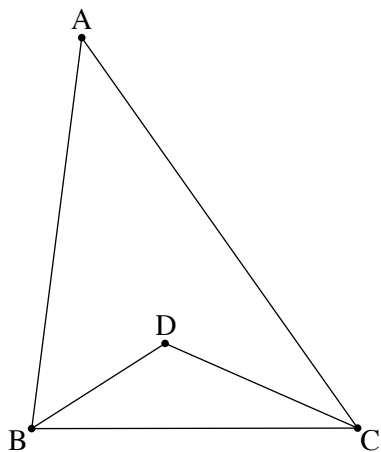
מרדיוס המעגל החוסם את המשולש DBC.

ב. מצאו את גודל הזווית BAC.

נתון: $AB = 30$.

ג. מצאו את אורך הצלע AC.

ד. חשבו את שטח המרובע BACD.



פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{x^2 + x + a}{x}$. $a \neq 0$ הוא פרמטר.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).

נתון כי גרף הפונקצייה $f(x)$ עובר בנקודה $(8, 9.5)$.

ב. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 4$, וענו על סעיפים ג-ה.

ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

היא פונקצייה שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

נגזרת הפונקצייה $g(x)$ מקיימת $g'(x) = f(x) - 6$.

ה. (1) סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $g'(x)$.

(2) מצאו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

7. הפונקצייה $f(x)$ מוגדרת בתחום $x \leq 8$,

ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרת בתחום $x < 8$.

לפונקצייה $f(x)$ יש נקודת קיצון פנימית אחת בלבד, מסוג מקסימום.

בסרטוט שלפניכם מתוארים שני גרפים, I ו-II, אחד מהם

מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

א. קבעו איזה מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$,

ונמקו את קביעתכם.

נתון: $f(x) = 3x + 2\sqrt{24 - 3x}$.

ב. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

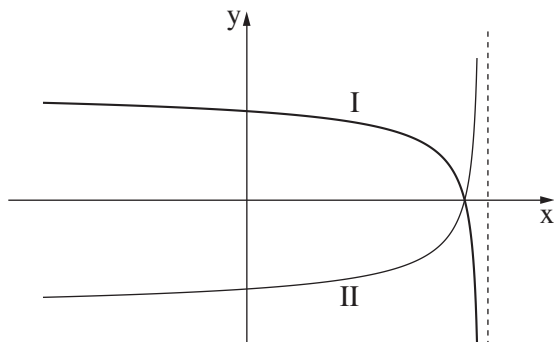
גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה אחת בלבד, בחלקו השלילי.

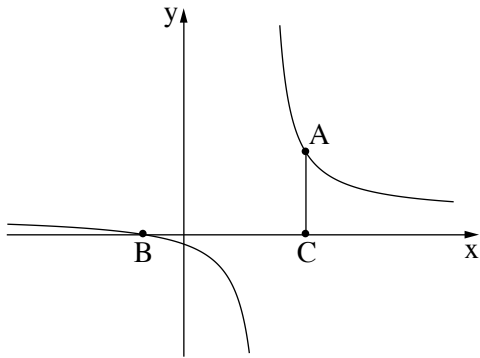
ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = -2 \cdot f'(x)$.

ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y .





8. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x) = \frac{x+4}{x-8}$.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$ ברביע הראשון.

הנקודה C נמצאת על ציר ה- x כך שהקטע AC מקביל לציר ה- y .

הנקודה B היא נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים

של הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה B.

ג. (1) מצאו את שיעורי הנקודה A שבעבורה שטח המשולש ABC הוא מינימלי.

(2) מצאו את השטח המינימלי של המשולש ABC.

בהצלחה!