

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תוכנית חדשה

הוראות

- א. משך הבחינה: ארבע שעות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
- פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות
 - פרק שני – גאומטריה
 - פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
- יש לענות על חמש שאלות, על שאלה אחת לפחות מכל פרק – $20 \times 5 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 - (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
 - (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

יש לענות על חמש מן השאלות 1-8, על שאלה אחת לפחות מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1. בבית ספר מסוים נערכה תחרות קפיצה לרוחק. התוצאות שהשיגו המשתתפים בתחרות התפלגו נורמלית. מרחק הקפיצה הממוצע היה 4.6 מטרים.
69.2% מן המשתתפים קפצו למרחק קטן מ- 4.8 מטרים.
א. מצאו את סטיית התקן של מרחק הקפיצה.
המשתתפים שמרחק הקפיצה שלהם היה גדול מ- 5.24 מטרים זכו במדליה.
ב. מהו אחוז המשתתפים שזכו במדליה?
נתון כי 11 משתתפים זכו במדליה.
ג. על פי טבלת ההתפלגות הנורמלית, כמה משתתפים התחרו בקפיצה לרוחק?
בבית הספר נערכה גם תחרות קפיצה לגובה. גם בתחרות זו התוצאות שהשיגו המשתתפים התפלגו נורמלית.
גובה הקפיצה הממוצע היה 1.5 מטרים, וסטיית התקן הייתה 0.2 מטר.
אלון השתתף בשתי התחרויות. התוצאה שלו בקפיצה לרוחק הייתה 5 מטרים ובקפיצה לגובה 1.75 מטרים.
ד. באיזו מן התחרויות, קפיצה לרוחק או קפיצה לגובה, הייתה התוצאה של אלון מדורגת במקום גבוה יותר בהשוואה למשתתפים האחרים? נמקו את תשובתכם.

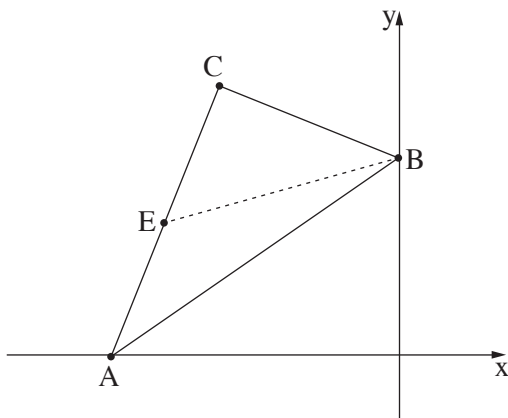
2. מתווך דירות רצה לבדוק את הקשר הליניארי בין שטח הדירות שנמכרו בחודש האחרון בשכונה מסוימת (המשתנה x) לבין המחיר שבו הן נמכרו (המשתנה y). בטבלה שלפניכם מופיעים הנתונים של 5 דירות שבדק המתווך.

שטח הדירה (מ"ר) – המשתנה x	מחיר הדירה (במיליוני שקלים) – המשתנה y
80	1
88	1.8
96	2.7
110	3.4
116	4.6

- א. (1) מצאו את הממוצע של שטח הדירות.
(2) מצאו את סטיית התקן של שטח הדירות.
- המתווך חישב את הממוצע ואת סטיית התקן של המשתנה y , ומצא כי $\bar{y} = 2.7$, $S_y = 1.249$.
- ב. מצאו את מקדם המתאם r בין שני המשתנים.
- ג. מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x .
- ד. על פי ישר הרגרסיה, מהו הניבוי למחיר של דירה שהשטח שלה הוא 100 מ"ר?
- עקב עליית המחירים במשק, גדל המחיר של כל דירה ב־ 0.2 מיליון שקל.
- ה. קבעו בעבור כל אחד מן המדדים (1)–(2) שלפניכם, אם הערך שלו גדל, קטן או לא השתנה. נמקו את קביעותיכם.
- (1) סטיית התקן של המשתנה y .
- (2) מקדם המתאם r .

3. חלק מן התלמידים בשכבת י"א בבית ספר מסוים הם בנים והשאר הן בנות. חלק מן התלמידים בשכבה מתנדבים והשאר אינם מתנדבים.
- 75% מתלמידי השכבה מתנדבים.
- $\frac{3}{5}$ מן התלמידים שמתנדבים הם בנות.
- נתון כי מספר הבנות שמתנדבות גדול פי 3 ממספר הבנות שאינן מתנדבות.
- א. מהי ההסתברות לבחור באקראי מן השכבה בת שמתנדבת?
- ב. מצאו את אחוז הבנים בשכבה.
- בחרים באקראי תלמיד מן השכבה.
- ג. ידוע שהתלמיד שנבחר הוא בן. מהי ההסתברות שהוא מתנדב?
- כתבה שהכינה דנה לעיתון השכבה היא כתבה:
- "אחוז המתנדבות מבין הבנות בשכבה גדול מאחוז המתנדבים מבין הבנים בשכבה".
- ד. האם המשפט שכתבה דנה נכון? נמקו את תשובתכם.

פרק שני – גאומטריה



4. בסרטוט שלפניכם משולש ישר זווית ABC ($\angle ACB = 90^\circ$).

הקודקוד B נמצא על ציר ה- y .

נתון כי שיעורי הקודקוד A הם $(-16, 0)$,

ומשוואת הצלע CB היא $y = -\frac{2}{5}x + 11$.

א. מצאו את משוואת הצלע AC.

ב. מצאו את שיעורי הקודקוד C.

BE הוא תיכון לצלע AC.

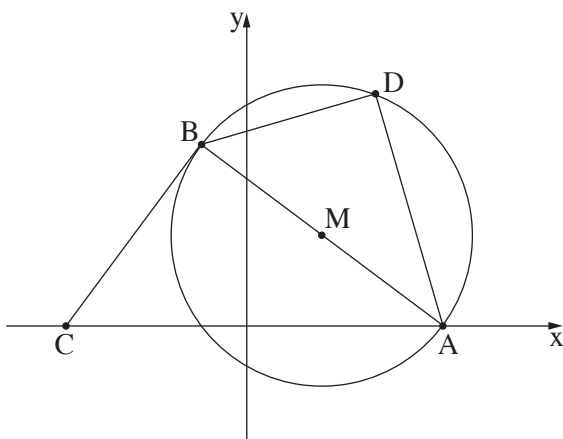
ג. (1) מצאו את אורך הקטע EC.

(2) מצאו את גודל הזווית CEB.

הנקודה K נמצאת על הקטע EB.

נתון: שטח המשולש AEK הוא 18.

ד. מצאו את אורך הקטע EK.



5. בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו M.

המעגל חותך את החלק החיובי של ציר ה- x בנקודה A.

הנקודה B נמצאת על המעגל כך ש-AB הוא קוטר במעגל.

דרך הנקודה B העבירו משיק למעגל, החותך את ציר ה- x בנקודה C.

נתון כי משוואת המעגל היא $(x - 5)^2 + (y - 6)^2 = 100$.

א. מצאו את שיעורי הנקודה A.

ב. מצאו את משוואת המשיק BC.

ג. מצאו את אורך הצלע AC.

הנקודה D נמצאת על המעגל כך ש-AB חוצה את הזווית DAC.

ד. (1) הסבירו מדוע $\angle ADB = 90^\circ$.

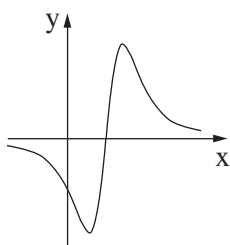
(2) הוכיחו: $\triangle ABC \sim \triangle ADB$.

ה. מצאו פי כמה גדול שטח המשולש ABC משטח המשולש ADB.

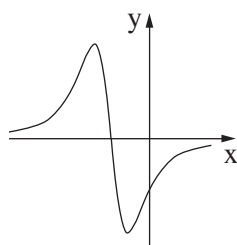
**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש**

6. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2 + 1} + 1$, המוגדרת לכל x .

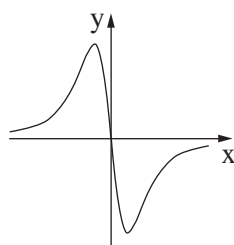
- א. מצאו את משוואת האסימפטוטה המקבילה לציר ה- x של הפונקצייה $f(x)$.
- ב. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
(2) רשמו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.
- ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- ה. (1) קבעו איזה מן הגרפים I–IV שלפניכם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעתכם.
(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = -2$ ו- $x = 2$.



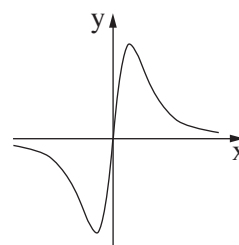
IV



III



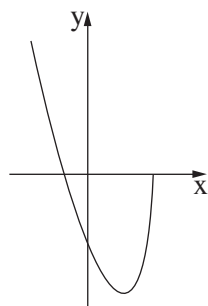
II



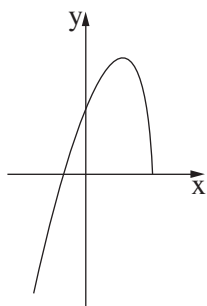
I

7. נתונה הפונקצייה $f(x) = (3x - 9) \cdot \sqrt{15 - x}$.

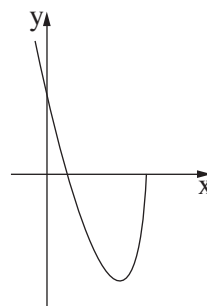
- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
- ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- נתונה הפונקצייה $g(x) = f(x + 6)$, המוגדרת בתחום $x \leq 9$.
- ה. (1) קבעו איזה מן הגרפים I–IV שלפניכם מתאר את הפונקצייה $g(x)$. נמקו את קביעתכם.
(2) מה הם שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקצייה $g(x)$?



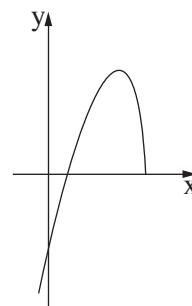
IV



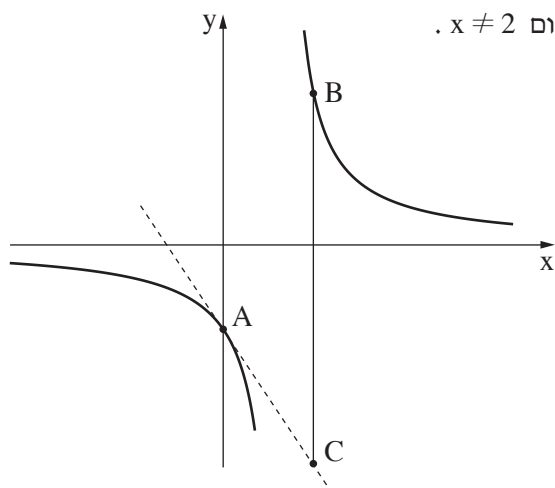
III



II



I



8. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x) = \frac{a}{x-2}$, המוגדרת בתחום $x \neq 2$.

a הוא פרמטר שונה מ-0.

הנקודה A היא נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- y .

דרך הנקודה A העבירו משיק לגרף הפונקצייה $f(x)$.

נתון כי שיפוע המשיק הוא -1.5 .

א. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 6$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על הסעיפים ב-ג.

ב. מצאו את משוואת המשיק.

הנקודה B נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$, בתחום $x > 2$.

הנקודה C נמצאת על המשיק כך שהקטע BC מקביל לציר ה- y .

נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה B.

ג. (1) הביעו באמצעות t את אורך הקטע BC.

(2) מצאו את הערך של t שבעבורו אורך הקטע BC הוא מינימלי.

בהצלחה!