סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: חורף תשפ"ו, 2026
מספר השאלון: 35571
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תוכנית חדשה

הוראות

א. משך הבחינה: שלוש שעות וארבעים וחמש דקות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה ארבעה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון – שאלות קצרות
פרק שני – אינדוקצייה, סדרות והסתברות
פרק שלישי – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
פרק רביעי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

יש לענות על חמש שאלות, על שאלה אחת לפחות מן הפרק הראשון או השני ועל שאלה אחת לפחות מכל אחד מן הפרקים השלישי והרביעי.
$5 \times 20 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

השאלות

ענו על חמש מן השאלות 1–8, על שאלה אחת לפחות מן הפרק הראשון או השני ועל שאלה אחת לפחות מכל אחד מן הפרקים השלישי והרביעי (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – שאלות קצרות

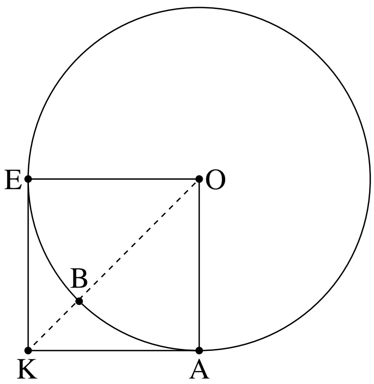
1. ענו על שניים מארבעת הסעיפים א–ד שלפניכם. אם תענו על יותר משני סעיפים, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתכם.

א. בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו O ורדיוסו R.

דרך הנקודות A ו־ E שעל המעגל העבירו שני משיקים המאונכים זה לזה.

המשיקים נחתכים בנקודה K.

הקטע KO חותך את המעגל בנקודה B.



(1) מצאו פי כמה גדול שטח המשולש AOB משטח המשולש AKB.

נתון כי שטח המשולש AOB הוא 16.

(2) מצאו את אורך הגובה לצלע AK במשולש AKB.

ב. בתחרות שחמט, שני שחקנים – יאיר ונדב – מתחרים זה נגד זה.

כל משחק יכול להסתיים באחת מ־3 התוצאות האלה: ניצחון של יאיר, ניצחון של נדב או תיקו.

בכל משחק ההסתברות שיאיר ינצח היא קבועה וגדולה פי 2 מן ההסתברות שנדב ינצח.

נסמן ב־ p את ההסתברות שנדב ינצח במשחק אחד.

יאיר ונדב משחקים שני משחקים.

(1) הביעו באמצעות p את ההסתברות שאחד מן השחקנים ישיג שני ניצחונות.

ידוע שאם שום שחקן לא השיג שני ניצחונות, ההסתברות שכל אחד מן המשחקים יסתיים בתיקו היא $\frac{9}{31}$.

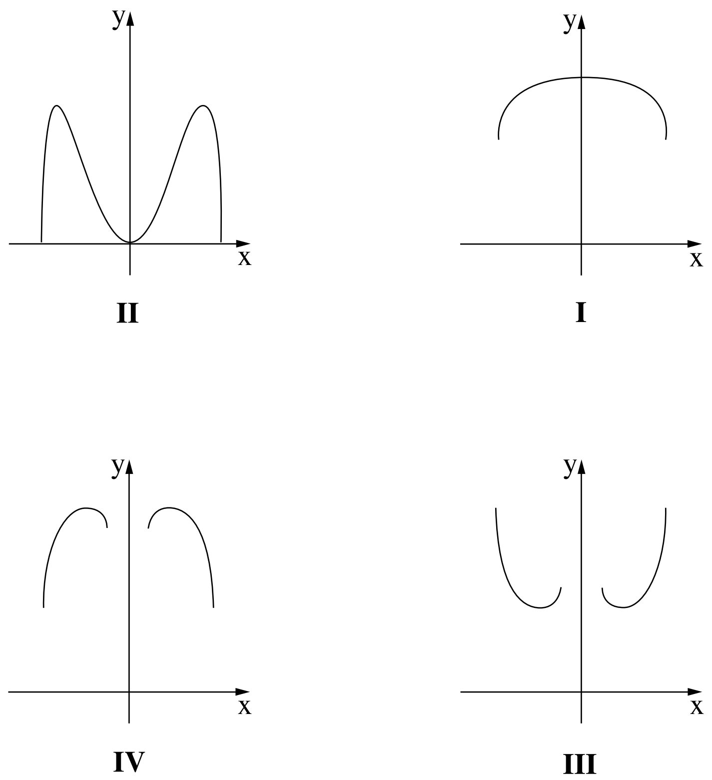
(2) קבעו איזו מן האפשרויות I–III שלפניכם מתאימה לערך של p. נמקו את קביעתכם.

I. $\frac{1}{10}$ **II.** $\frac{11}{27}$ **III.** $\frac{1}{6}$

ג. נתונה הפונקצייה $f(x) = \sqrt{x^2 - 1} + 2\sqrt{16 - x^2}$.

(1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) אחד מן הגרפים I–IV שלפניכם מתאר את הפונקצייה $f(x)$. קבעו איזה מהם ונמקו את קביעתכם.



ד. נתונה סדרה אין־סופית שאיבריה מקיימים $a_n = \frac{\cos(\pi \cdot 2^n)}{5 \cdot 2^n}$ לכל n טבעי.

(1) מצאו את שלושת האיברים הראשונים בסדרה a_n .

(2) הוכיחו כי הסדרה a_n היא הנדסית, ומצאו את המנה שלה.

(3) מצאו את סכום הסדרה a_n .

פרק שני — אינדוקצייה, סדרות והסתברות

2. a_n היא סדרה הנדסית אין־סופית יורדת שסכומה מתכנס.

המנה של הסדרה היא q .

נסמן ב־ T את סכום האיברים הנמצאים במקומות האי־זוגיים בסדרה,

ונסמן ב־ R את סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה.

נתון: $\frac{T^2}{R^2} = 16$.

א. מצאו את הערך של q .

נתונה סדרה b_n שאיבריה מקיימים $b_n = \frac{1+q}{a_n \cdot a_{n+1}}$ לכל n טבעי.

נתון: $b_1 = 1$.

ב. מצאו את הערך של a_1.

ג. הביעו באמצעות n את b_n .

ד. הוכיחו באינדוקצייה או בכל דרך אחרת כי לכל n טבעי מתקיים:

$$b_1 + b_2 + \ldots + b_n = \frac{16^n - 1}{15} \ .$$

3. בשכבה י"א של תיכון עירוני גדול חלק מן התלמידים הם מדריכים בתנועת נוער והשאר אינם מדריכים.

בשכבה זו לחלק מן התלמידים יש רישיון נהיגה ולשאר אין רישיון נהיגה.

חצי מן התלמידים שיש להם רישיון נהיגה הם מדריכים בתנועת נוער.

אחוז התלמידים המדריכים מבין התלמידים שיש להם רישיון שווה לאחוז התלמידים שאין להם רישיון מבין התלמידים המדריכים.

בוחרים באקראי תלמיד מבין תלמידי השכבה.

ההסתברות שהתלמיד שנבחר הוא מדריך או שיש לו רישיון היא 0.45 .

א. מצאו כמה אחוזים מן התלמידים בשכבה זו הם מדריכים.

ב. בוחרים באקראי תלמיד מבין התלמידים שאין להם רישיון.

מהי ההסתברות שתלמיד זה הוא מדריך?

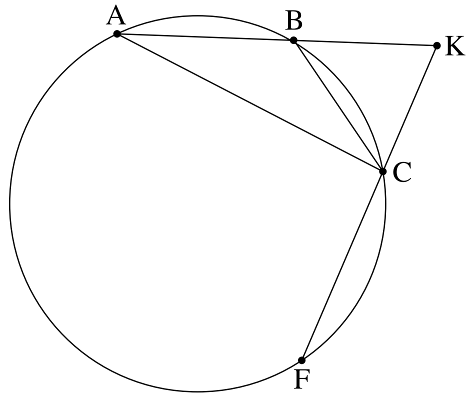
בוחרים באקראי 5 תלמידים מבין התלמידים שאין להם רישיון.

ג. **(1)** מהי ההסתברות שנבחר יותר ממדריך אחד?

(2) ידוע שנבחר יותר ממדריך אחד. מהי ההסתברות כי מספר המדריכים שנבחרו הוא זוגי?

/המשך בעמוד 5/

פרק שלישי – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור



4. בסרטוט שלפניכם משולש קהה זווית ABC החסום במעגל.

הנקודה K נמצאת על המשך הצלע AB כך ש־ $AB = BK$.

המשך הקטע KC חותך את המעגל בנקודה נוספת, בנקודה F .

נתון: $\sphericalangle BAC = \sphericalangle BCA$.

א. הוכיחו כי AF הוא קוטר במעגל.

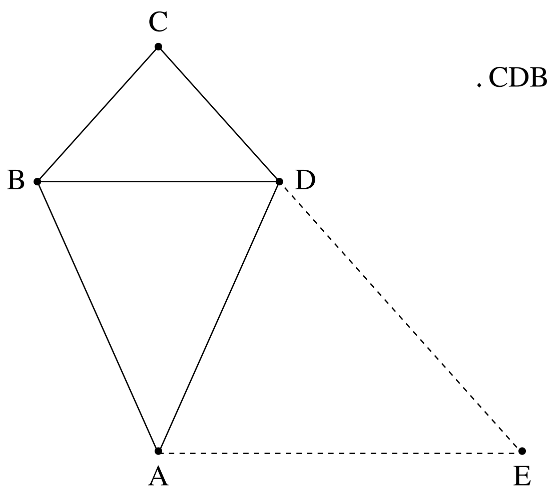
המיתרים BF ו־ AC נחתכים בנקודה D .

ב. הוכיחו כי המשולש ADK הוא שווה שוקיים.

ג. **(1)** הוכיחו כי המרובע $BDCK$ הוא בר חסימה במעגל.

(2) הוכיחו כי $\sphericalangle DKC = \sphericalangle FAC$.

ד. הוכיחו כי $AC \cdot AD = KC \cdot AF$.



5. בסרטוט שלפניכם דלתון $ABCD$ $(AB = AD\ ,\ CB = CD)$.

נתון: $\sphericalangle BAD = \sphericalangle CDB = 2\alpha$, $0^\circ < \alpha < 45^\circ$.

נסמן: $AB = k$.

א. הביעו באמצעות k ו־ α את רדיוס המעגל החוסם את המשולש CDB .

נתון כי רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABD גדול פי $\frac{4}{3}$

מרדיוס המעגל החוסם את המשולש CDB .

ב. מצאו את גודל הזווית BAD .

הנקודה O היא מרכז המעגל החוסם את המשולש ABD .

דרך הנקודה A העבירו ישר המקביל ל־ BD וחותך את

המשך הצלע CD בנקודה E .

נתון כי שטח המשולש AOE הוא 70 .

ג. מצאו את הערך של k .

/המשך בעמוד 6/

פרק רביעי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\sqrt{5x^2 - kx}}{x^3}$, k הוא פרמטר חיובי.

א. הביעו באמצעות k את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $h(x) = -f(x)$.

שיעור ה־ x של נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם גרף הפונקציה $h(x)$ הוא 1.6 .

ב. מצאו את הערך של k .

הציבו $k = 8$ בפונקציה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג–ו.

ג. **(1)** מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = (f(x))^2$ שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

a הוא פרמטר גדול מ־ 2 .

ה. האם ערך הביטוי $\int_a^{a+1} g(x)\,dx$ שווה, גדול או קטן בהשוואה לערך הביטוי $\int_a^{a+1} f(x)\,dx$? נמקו את תשובתכם.

ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישרים $x = 2$ ו־ $x = 6$.

7. נתונה הפונקציה $f(x) = (\sin x)^2 + \cos x - 1$, המוגדרת בתחום $-\pi \le x \le \pi$.

א. הוכיחו כי הפונקציה $f(x)$ היא זוגית.

ב. **(1)** מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה־ x .

(2) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{1}{f(x) + b}$, b הוא פרמטר.

נתון כי לפונקציה $g(x)$ יש בדיוק שתי אסימפטוטות אנכיות.

ד. כתבו שני ערכים אפשריים של b , שאחד מהם חיובי והאחר שלילי.

הציבו בפונקציה $g(x)$ את הערך השלילי של b שמצאתם, וענו על הסעיפים ה–ו.

ה. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

/המשך בעמוד 7/

8. נתונה הפונקצייה $f(x) = kx^3 - 3x^2 + 8kx$, המוגדרת לכל x .

k הוא פרמטר שונה מ־ 0 .

הנקודה A היא נקודת הפיתול של הפונקצייה $f(x)$.

א. הביעו באמצעות k את שיעורי הנקודה A .

נתון כי הנקודה A נמצאת ברביע הראשון.

ב. מצאו את תחום הערכים האפשרי של k .

דרך הנקודה A העבירו אנך לציר ה־ x החותך אותו בנקודה B , ואנך לציר ה־ y החותך אותו בנקודה C .

נתון ריבוע I שאורך הצלע שלו שווה לאורך הקטע AB , וריבוע II שאורך הצלע שלו שווה לאורך הקטע AC .

ג. מצאו את הערך של k שבעבורו סכום שטחי הריבועים I ו־ II הוא מינימלי (תוכלו להשאיר שורש בתשובתכם).

בהצלחה!