

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

תוכנית חדשה

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – סדרות, גאומטרייה במרחב וגדילה ודעיכה
פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות, על שאלה אחת לפחות מכל פרק – $100 = 33\frac{1}{3} \times 3$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.
יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

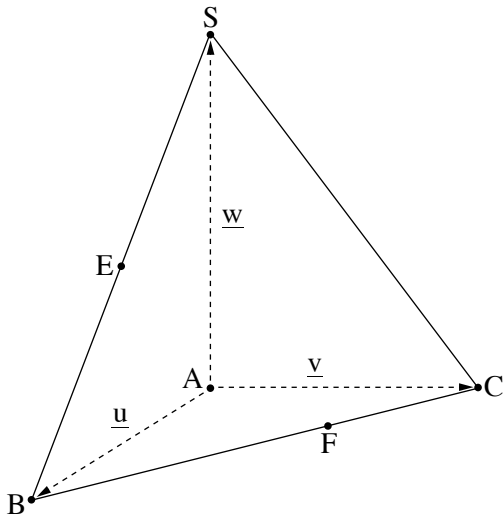
בהצלחה!

השאלות

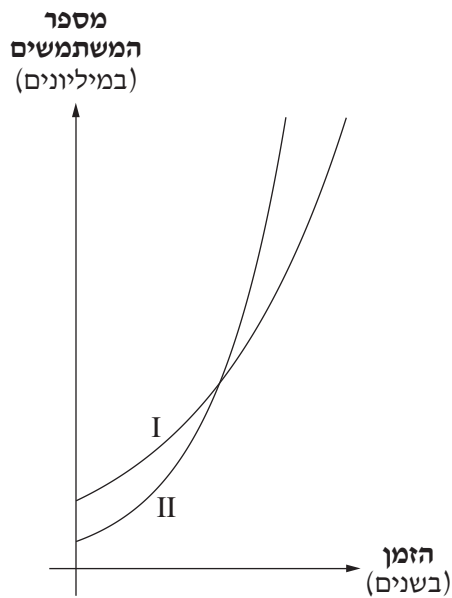
ענו על שלוש מן השאלות 1-5, על שאלה אחת לפחות מכל פרק (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטרייה במרחב וגדילה ודעיכה

1. לקראת חופשת הקיץ החלו בחנות גלידה להכין גלידת שוקולד.
 בכל יום הכינו בחנות 3 ק"ג גלידת שוקולד יותר מביום שלפניו.
 הכמות סך הכול של גלידת השוקולד שהכינו בחנות ביום הראשון וביום הרביעי הייתה 149 ק"ג.
א. מצאו כמה קילוגרמים של גלידת שוקולד הכינו בחנות ביום הראשון.
 תהליך הכנת גלידת השוקולד נמשך 16 ימים סך הכול.
ב. מצאו כמה קילוגרמים סך הכול של גלידת שוקולד הכינו בחנות.
 לקראת חופשת הקיץ החלו בחנות להכין גם גלידת וניל.
 בכל יום הכינו בחנות d ק"ג גלידת וניל יותר מביום שלפניו.
 תהליך הכנת גלידת הוויניל נמשך 16 ימים סך הכול. ביום האחרון הכינו בחנות 115 ק"ג של גלידת וניל.
 הכמות סך הכול של גלידת הוויניל שהכינו בחנות הייתה קטנה ב־ 480 ק"ג מן הכמות סך הכול של גלידת השוקולד שהכינו בה.
ג. מצאו את הערך של d.
 לאחר שהסתיים תהליך הכנת גלידת השוקולד וגלידת הוויניל, החלו למכור את שני סוגי הגלידה.
 המכירה נמשכה 5 ימים, ובמהלכה נמכרה כל הגלידה שהכינו בחנות.
 כמות הגלידה שנמכרה בכל יום הייתה גדולה פי 2 מן הכמות שנמכרה ביום שלפניו.
ד. מצאו כמה קילוגרמים של גלידה נמכרו ביום הראשון.



2. בסרטוט שלפניכם פירמידה ABCS. המקצוע AS מאונך למישור הבסיס ABC. הנקודה E היא אמצע המקצוע BS. הנקודה F נמצאת על המקצוע BC כך ש- $\vec{BF} = \frac{2}{3}\vec{BC}$. נסמן: $\vec{AS} = \underline{w}$, $\vec{AC} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$.
- א. הביעו באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} את הווקטורים האלה: \vec{AF} , \vec{AE} , \vec{BS} , \vec{BC} .
- נתון: $\sphericalangle BAC = 120^\circ$, $|\underline{u}| = |\underline{v}| = 6$, $|\underline{w}| = 8$.
- ב. חשבו את נפח הפירמידה.
- ג. (1) מצאו את הערך של $\underline{u} \cdot \underline{v}$.
 (2) הוכיחו כי \vec{AE} מאונך ל- \vec{AF} .
- ד. (1) מצאו את הערך של $|\vec{AF}|$.
 (2) חשבו את שטח המשולש EAF.



3. בתחילת שנת 2025 בדקו חוקרים את מספר האנשים

שמשתמשים בשני כלים של בינה מלאכותית, כלי A וכלי B.

על פי הצפי של החוקרים, מספר המשתמשים בכלי A יעלה ב-10% בכל שנה.

נתון כי בתחילת שנת 2025 מספר המשתמשים בכלי A היה 50 מיליון.

א. מצאו מה צפוי להיות מספר המשתמשים בכלי A בתחילת שנת 2030.

על פי הצפי של החוקרים, מספר המשתמשים בכלי B יעלה באחוז קבוע בכל שנה.

מספר המשתמשים בכלי B בתחילת שנת 2031 צפוי להיות גדול פי 3 ממספר המשתמשים בכלי זה בתחילת שנת 2025.

ב. מצאו בכמה אחוזים צפוי לגדול מספר המשתמשים בכלי B בכל שנה.

לפניכם שני גרפים II-I המתארים את מספר האנשים שצפויים להשתמש בכלים A ו-B מתחילת שנת 2025 והלאה.

ג. איזה מן הגרפים II-I מתאר את מספר האנשים שצפויים להשתמש בכלי B? נמקו את תשובתכם.

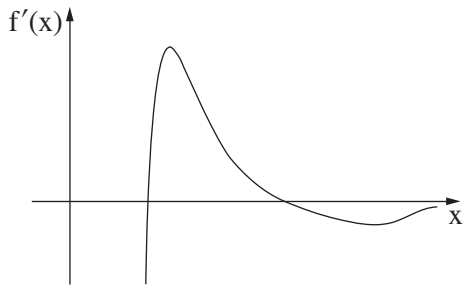
על פי הצפי של החוקרים, בתחילת שנת 2030 יהיה מספר המשתמשים בכלי A גדול ב-30 מיליון ממספר המשתמשים בכלי B.

ד. מצאו את מספר המשתמשים בכלי B בתחילת שנת 2025.

ה. מצאו כעבור כמה זמן מתחילת שנת 2025 מספר המשתמשים בכלי A צפוי להיות שווה למספר המשתמשים בכלי B.

**פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות**

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = (a - 4x) \cdot e^{2x-1}$, המוגדרת לכל x .
 a הוא פרמטר.
 נתון כי שיפוע המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודה שבה $x = 0$ הוא $\frac{16}{e}$.
- א.** מצאו את הערך של a .
- הציבו $a = 10$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על סעיפים ב-ו.
- ב.** (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
 (2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
- ג.** סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- נתונה הפונקצייה $g(x) = 4 \cdot e^{2x-1}$, המוגדרת לכל x .
- ד.** הסבירו מדוע הפונקצייה $g(x)$ חיובית לכל x .
- הנקודה A היא נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם גרף הפונקצייה $g(x)$.
- ה.** מצאו את שיעורי הנקודה A .
- דרך הנקודה A העבירו אנך לציר ה- x .
- ו.** חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי האנך, על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y .



5. נתונה הפונקצייה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ המוגדרות בתחום $x > 0$.

בסרטוט שלפניכם מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

כל נקודות הקיצון ונקודות החיתוך עם ציר ה- x של גרף הנגזרת $f'(x)$ מופיעות בסרטוט.

א. לפניכם שני היגדים I-II.

קבעו בעבור כל היגד אם הוא נכון או לא נכון. נמקו את קביעותיכם.

I. לפונקצייה $f(x)$ יש בדיוק שלוש נקודות קיצון.

II. שיעור ה- x של נקודת המינימום של הפונקצייה $f(x)$ גדול משיעור ה- x של נקודת המקסימום שלה.

נתון כי $f(x) = \frac{14(\ln x)^2}{x^2}$.

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

(3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = f(x - 4)$.

ד. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$?

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

בהצלחה